

Titre: Utilisation du maillage mobile dans la simulation numérique d'un perçage par laser
Title:

Auteur: Daniel Chassé
Author:

Date: 1998

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Chassé, D. (1998). Utilisation du maillage mobile dans la simulation numérique d'un perçage par laser [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6707/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/6707/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche:
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**UTILISATION DU MAILLAGE MOBILE
DANS LA SIMULATION NUMÉRIQUE
D'UN PERÇAGE PAR LASER**

**DANIEL CHASSÉ
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ES SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
MARS 1998**

@ Daniel Chassé, 1998.



**National Library
of Canada**

**Acquisitions and
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

**Bibliothèque nationale
du Canada**

**Acquisitions et
services bibliographiques**

**395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-33120-2

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

UTILISATION DU MAILLAGE MOBILE
DANS LA SIMULATION NUMÉRIQUE
D'UN PERÇAGE PAR LASER

présenté par : CHASSÉ Daniel

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. MAYER René, Ph.D., président

M. MASCLE Christian, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. CAMARERO Ricardo, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. AJERSCH Frank, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tous les gens qui m'ont appuyé durant ma recherche, tout particulièrement mes directeurs M. Christian MASCLE qui a su me conseiller tout au long de ce projet, ainsi que M. Ricardo CAMARERO qui a accepté de superviser mes travaux de recherche.

Je remercie également le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie (CRSNG) pour leur support financier par l'octroi d'une bourse d'études supérieures. Je ne voudrais pas oublier les nombreux professeurs qui m'ont conseillé à diverses occasions durant ce projet principalement M. Clément FORTIN et M. Jean-Yves TRÉPANIER.

Sans oublier les administrateurs de réseau M. Alain ROBIDOUX et M. Daniel LAPORTE que je remercie pour leur grande disponibilité et pour la qualité de leur travail. Merci à M. René MAYER pour avoir accepté de présider le jury ainsi qu'à M. Frank AJERSCH pour avoir également accepté d'en être membre.

Finalement je remercie ma famille Clément, Denise et Louise ainsi que Mme Pierrette PRONOVOST et M. Jean-Paul GIGUERE pour leur support et leur encouragement.

RÉSUMÉ

Ce mémoire est consacré à la mise en oeuvre d'une méthode de maillage mobile avec frontières mobiles associées à des problèmes de transfert de chaleur en régime transitoire. La motivation pour cette technique est la simulation numérique d'un perçage par laser. En effet, la progression de l'érosion d'une portion de matière à la suite de l'absorption d'une source d'irradiation laser, génère un déplacement local d'une frontière qui oblige à modifier le maillage à l'intérieur du domaine de calcul.

L'approche conventionnelle pour résoudre ce problème, aurait été de remailler localement ou globalement le modèle à chaque incrément de temps avec interpolation de la solution entre deux maillages. Outre le temps de remaillage il faut tenir compte des erreurs introduites par l'interpolation. Grâce au maillage mobile ces inconvénients peuvent être complètement éliminés.

A partir du théorème de Reynolds, on propose une formulation des équations de la chaleur sur un repère en mouvement d'où une formulation Euler-Lagrange. Ensuite on propose un modèle pour la vitesse du maillage basé sur la diffusion de la vitesse des frontières externes. Finalement une méthodologie est proposée pour la gestion du maillage sur ces frontières.

Quelques essais numériques appropriés démontrent la validité de la formulation, c'est-à-dire l'indépendance de la solution par rapport à la vitesse du maillage. Pour ce faire, on a fait osciller une frontière pendant une cinquantaine de cycles sur des solutions exactes connues avec un fort gradient de température qui a été augmenté jusqu'à des valeurs très considérables. Les résultats permettent de conclure que la méthode est aussi rigoureuse dans les zones de fort gradient que dans celles de gradient faible.

Finalement, on en arrive à la simulation numérique d'un perçage par laser. Le modèle utilisé cette fois est de type axisymétrique utilisant toujours des éléments triangulaires à trois noeuds. L'analyse permet d'obtenir une évaluation grossière des paramètres temps et qualité de perçage, ainsi que de l'étendue de la zone affectée thermiquement. Elle ne peut cependant pas encore permettre de prédire avec précision ces paramètres, puisque les interactions du plasma, connues comme étant non négligeables, n'ont pu être traitées car ils ne font pas partie des objectifs de ce travail.

ABSTRACT

This project deals with the implementation of a moving mesh method with moving boundary related to transient heat transfer problems. This method is applied to the numerical simulation of a laser drilling process. The laser material processing involves a kerf progression that required to adapt the mesh during the simulation. The conventional approach for solving the last topic would be a local or global remeshing domain at each time step. To start the computation, an interpolated solution has to be done at each of these time intervals, introducing oscillations in the system response and being more time consuming to reach the end result. All of these problems are fully eliminated by using this moving mesh method.

Developed from Reynold's theorem, this approach suggests solving the heat transfer equations on an instationary mesh, which is a Lagrangian-Eulerian formulation. Next, we propose a moving mesh model based on the nodes movement diffusion from the boundary. Finally, a methodology for moving nodes on the boundary is presented.

The formulation is validated by few test models to show the mesh independence of the solution. They are driven by boundary oscillation over many cycles and compared at each stepping time to an exact solution. The thermal gradient is increased until a very high level to prove formulation capabilities. Next, we present a laser holing simulation on an

axisymmetric model with triangular three nodes elements. Our analysis is good for time, heat affected zone and groove shape evaluation. However, these parameters can't be precisely evaluated right now because the plasma interaction affects the result and since these interactions are not evaluated in this work for more focusing on the mesh motion.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES FIGURES	xii
NOMENCLATURE	xiv
INTRODUCTION	1
1.0 LE PERÇAGE PAR LASER	4
1.1 L'application industrielle du laser	4
1.2 Caractéristiques du procédé	5
1.3 Critique	7
1.4 Problématique	9
1.5 Objectifs	10
2.0 DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE	11
2.1 Revue bibliographique du maillage mobile	11
2.2 Hypothèses	12

2.3 Formulation d'un volume de contrôle déformable	14
2.3.1 Théorème de Reynolds	14
2.3.2 Conservation de l'énergie sur un volume de contrôle	19
2.4 Discrétisation	22
2.5 Conditions limites	29
2.5.1 Système de maillage mobile	30
2.5.2 Système thermique	32
2.6 Variations importantes du gradient sur V^* en mouvement	33
3.0 GÉNÉRATION ET GESTION DU MAILLAGE	36
3.1 Génération du maillage	36
3.2 Frontière mobile	41
3.2.1 Méthode d'animation de la frontière	41
3.2.2 Glissement des nœuds sur la frontière	44
3.2.3 Glissement des nœuds à travers une discontinuité de pente	45
3.2.4 Déplacement de la frontière sous l'effet de l'ablation	50
4.0 VÉRIFICATION DE LA FORMULATION	55
4.1 Évaluation de l'erreur sur un mouvement cyclique	55
4.1.1 Température uniforme	55
4.1.2 Gradient thermique constant	58
4.2 Analyse thermique transitoire en maillage mobile	62
5.0 SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN PERCAGE	68
5.1 Définition du modèle	68
5.2 Comparaisons avec la littérature	72

CONCLUSION	76
BIBLIOGRAPHIE	77
ANNEXE I	84

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Schématisation du procédé de perçage par laser	5
Figure 1.2	Profil de coupe	8
Figure 2.1	Volume de contrôle déformable	15
Figure 2.2	Imposition des conditions limites du mouvement du maillage.....	30
Figure 2.3	Imposition des conditions limites du système thermique	32
Figure 2.4	Composante du flux d'irradiation	32
Figure 2.5	Maillage mobile et solution a) Vue en plan b) Vue en coupe	34
Figure 2.6	Comparaison de la température en maillage mobile avec la solution exacte	35
Figure 3.1	Élément triangulaire à trois nœuds	36
Figure 3.2	a) V^* intérieur b) V^* sur les frontières	37
Figure 3.3	b) Modèle physique V b) Modèle CAO.....	41
Figure 3.4	Glissement des nœuds sur la frontière discrète (facettes)	44
Figure 3.5	Glissement des nœuds sur la frontière continue (CAO)	45
Figure 3.6	Première approche pour le transfert des facettes.....	46
Figure 3.7	Deuxième approche pour le transfert des facettes	47
Figure 3.8	Problème associé au transfert de facettes	49
Figure 3.9	Disparition d'un élément lors d'un transfert de facettes	49
Figure 3.10	Retournement d'arête pour un coin non conforme	50
Figure 3.11	Vaporisation d'un élément de surface dS	52
Figure 3.12	Vitesse des facettes en accord avec les conditions de symétrie.....	54
Figure 4.1	Maillage initial du premier test	56
Figure 4.2	Maillage final après lissage et 50 cycles	57
Figure 4.3	Évaluation d'erreur en maillage mobile pour $T,y = 1000$ ($^{\circ}\text{C}/\text{m}$)	59
Figure 4.4	Évaluation d'erreur en maillage fixe pour $T,y = 1000$ ($^{\circ}\text{C}/\text{m}$)	60
Figure 4.5	Évaluation d'erreur en maillage mobile pour $T,y = 1,0e^9$ ($^{\circ}\text{C}/\text{m}$)	61

Figure 4.6 Conditions limites thermiques	63
Figure 4.7 Maillage 2D d'une partie de la plaque	63
Figure 4.8 Conditions limites de vitesse	65
Figure 4.9 Distribution de la température après $1,46 \times 10^{-3}$ seconde	65
Figure 4.10 Évolution d'erreur pour une analyse transitoire	66
Figure 5.1 Conditions limites en perçage axisymétrique	68
Figure 5.2 Maillage initial du modèle de la plaque à percer	69
Figure 5.3 Évolution du maillage et de sa solution par incrément de 0,18 sec	71
Figure 5.4 Diverse densité de maillage tiré de Kim et Majumdar (1995) [31].....	74
Figure 5.5 Solution réciproque des maillages de Kim et Majumdar[31]	75

NOMENCLATURE

A	- Aire (m^2)
$[A]$	- Matrice d'assemblage des termes de gauche du système global
Abs_λ	- Absorptivité spectrale
b	- Largeur de bande de la matrice
$[B]$	- Matrice d'assemblage des termes de droite du système global
C	- Chaleur spécifique ($kJ / kg \cdot ^\circ C$)
$[C]$	- Matrice masse
C_p	- Chaleur spécifique à pression constante ($kJ / kg \cdot ^\circ C$)
C_v	- Chaleur spécifique à volume constant ($kJ / kg \cdot ^\circ C$)
$\vec{c}_{(r,t)}$	- Vitesse de déplacement d'un élément de surface dS^* (m/s)
d	- Position (m)
E	- Énergie totale (J)
F	- Fonction d'une propriété physique appliquée sur le volume
Fo	- Nombre de Fourier
$[F]$	- Matrice force
h	- Taille de l'élément (m)
k	- Conductibilité thermique ($W / m \cdot ^\circ C$)
$[K_T]$	- Matrice de rigidité thermique
l	- Longueur d'exposition au flux laser (m)
L_f	- Chaleur de fusion (kJ/kg)
L_v	- Chaleur de vaporisation (kJ/kg)
n	- Indexation du nombre d'itérations, Nombre d'opérations
\vec{n}	- Vecteur normal à la surface du volume matériel
\vec{n}^*	- Vecteur normal à la surface du volume de contrôle
n_{eq}	- Nombre d'équations différentielles dans le système
p	- Fonction paramétrique d'une courbe

P	- Puissance du laser (W)
$\{\bar{p}\}$	- Vecteur puissance
q_L	- Flux d'irradiation laser (W/m ²)
Q	- Flux de chaleur (J)
\dot{Q}	- Taux de chaleur (W/s)
r	- Rayon, Position (m)
$\{R\}$	- Vecteur de charges
$S(t)$	- Surfaces du volume matériel
$S^*(t)$	- Surface du volume de contrôle (face de contrôle)
t	- Temps (s)
T	- Température (°C)
T_f	- Température de fusion
U	- Paramètre
\bar{u}	- Vitesse de déplacement de la frontière du volume matériel (m/s)
$V(t)$	- Volume matériel
$V^*(t)$	- Volume de contrôle
\bar{v}	- Vitesse de déplacement d'un nœud (m/s)
\bar{v}_{\max}	- Vitesse maximale d'un nœud (m/s)
W	- Travail (J)
α	- Angle d'incidence du flux laser
β	- Facteur de pondération implicite
Δt	- Pas de temps (s)
Γ	- Frontière du domaine
ε	- Critère d'adaptativité, erreur
ε_λ	- Émissivité spectrale
ρ	- Densité (kg/m ³)
$\bar{\nabla}$	- Gradient
μ_s	- Fonction échelon
Ω	- Domaine de calcul

INDICES

- n_j - Nombre de faces entourant le $j^{\text{ème}}$ volume de contrôle
- n_e - Nombre d'éléments associés à un volume de contrôle
- e - Itération sur les éléments
- i - Itération sur les nœuds
- j - Itération sur les faces de contrôle
- $T_{,n}$ - Dérivée partielle de T par rapport à n

INTRODUCTION

Avec les outils actuels de CFAO, il est généralement possible de générer un parcours d'outils à partir d'un modèle CAO relativement complexe et ensuite de le valider par une simulation avant qu'il soit conduit à l'unité de fabrication. De nombreux utilitaires se sont progressivement développés dans ce domaine pour trouver de nouvelles stratégies de bridage et d'isostatisme. Ils permettent de construire une gamme de fabrication. Parfois ils peuvent aussi faire une gestion d'usure d'outils. D'autres peuvent même être munis de fonctions d'adaptation de formes manufacturières.

Cependant, certains procédés de fabrication font usage d'une technologie dont la complexité ne se limite pas seulement au parcours d'usinage, mais également à l'ajustement en temps réel de certains paramètres. C'est principalement le cas d'un procédé de perçage par laser où il y a une physique très complexe faisant intervenir des phénomènes d'échange d'énergie et leur couplage. On aborde dans ce travail la modélisation de ce procédé et sa simulation numérique. Le but poursuivi est d'approfondir notre compréhension de ses divers éléments pour les améliorer et pour mieux les contrôler.

La caractéristique principale, celle qui pose la plus grande difficulté, est l'érosion progressive du modèle ayant pour effet de modifier la frontière du domaine. En conséquence, le maillage doit être adapté à ses nouvelles frontières changeantes.

Plusieurs techniques d'adaptation de maillage sont disponibles. Les plus populaires étant: La reconstruction complète du maillage, le raffinement, le déraffinement, le lissage de noeuds ainsi qu'une combinaison de ceux-ci. Toutes ces méthodes ont comme point commun la nécessité de faire une interpolation sur une solution antérieure. Il en résulte des imprécisions ainsi que la possibilité d'oscillations dans l'évolution de la solution. Ceci est due à la représentation Eulerienne du problème.

Depuis quelques années Trépanier et al. [1] ont développé une formulation ainsi qu'une méthode de maillage mobile pour éviter de recourir aux interpolations entre deux maillages. Il s'agit d'une représentation Euler-Lagrange du phénomène. Le concept de base découlant du théorème de Reynolds a été repris dans cet ouvrage pour être adapté à un problème de transfert de chaleur. Au chapitre 2.0, la théorie nécessaire à l'élaboration de la méthode est explicitée en détail. Ce chapitre est subdivisé en six sections. La première fait le pont entre la méthode originale et la présente version. On présente ensuite les hypothèses de résolution puis vient la théorie associée à la formulation d'un volume de contrôle déformable. À la section 2.4, on discrétise le système thermique alors que la section 2.5 en donne les conditions limites. Finalement, la méthode comporte certaines

limitations qui peuvent être contournées avec quelques précautions. Ces dernières sont discutées en conclusion de ce chapitre à la section 2.6.

La génération et la gestion du maillage ainsi qu'une section traitant des frontières mobiles sont les constituants du chapitre 3.0. Quelques exercices de vérifications sont ensuite présentés au chapitre 4.0 afin de montrer la validité de la formulation et d'en constater sa robustesse. La méthodologie est finalement appliquée à une simulation d'un perçage par laser et sert ensuite de base de comparaison avec des calculs similaires.

1.0 LE PERÇAGE PAR LASER

1.1 L'APPLICATION INDUSTRIELLE DU LASER

La recherche d'applications industrielles du laser est en plein essor dans les institutions universitaires depuis sa mise au point dans les années 1970. Des chercheurs comme Powell [3] et Arata [4,5] se sont vite intéressés au développement de la coupe par laser. Mais ce n'est qu'en 1971 que pour la première fois, un laser CO₂ aurait atteint le stade industriel destiné à la coupe de panneau de contre plaqué [3].

Suite à cette première application, l'étude fondamentale du procédé est entreprise par Arata tout comme Mazumder [6] pour modéliser le transfert de chaleur par conduction durant une coupe par laser. Powell [3] a étudié l'oxydation lors de la coupe pour fin d'optimisation des paramètres en mode pulsé. Durant les années quatre-vingt, l'étude de l'instabilité hydrodynamique de l'écoulement du bain de fusion est abordée par Decker [7,8]. Chrysoulouris et al. s'y intéressent également et étendent leurs travaux aux autres procédés laser comme l'usinage, le traitement de surface et le perçage [2,9].

Parmi les chercheurs qui se sont vraiment concentrés sur le perçage par laser, on trouve Yilbas [10,11] qui depuis 1987 intensifie ses études sur la paramétrisation d'un tel procédé. C'est alors qu'on réalise l'importance que joue le plasma durant une opération

laser. De nombreux chercheurs comme Simon, Beyer, Kapadia et Dowden [12,13] se sont intéressés à ce phénomène. Leurs plus récentes recherches se concentrent d'avantage sur les analyses de soudage par laser [8,12-14,30]. D'ailleurs la majorité des récentes publications dans le monde du laser industriel semble aller aussi dans cette direction.

Dans ce travail, nous avons étudié l'utilisation du laser pour le perçage et avons élaboré une méthode de simulation utilisant le maillage mobile comme support pour adapter le modèle aux conditions changeantes du procédé durant sa simulation.

1.2 CARACTÉRISTIQUES DU PROCÉDÉ

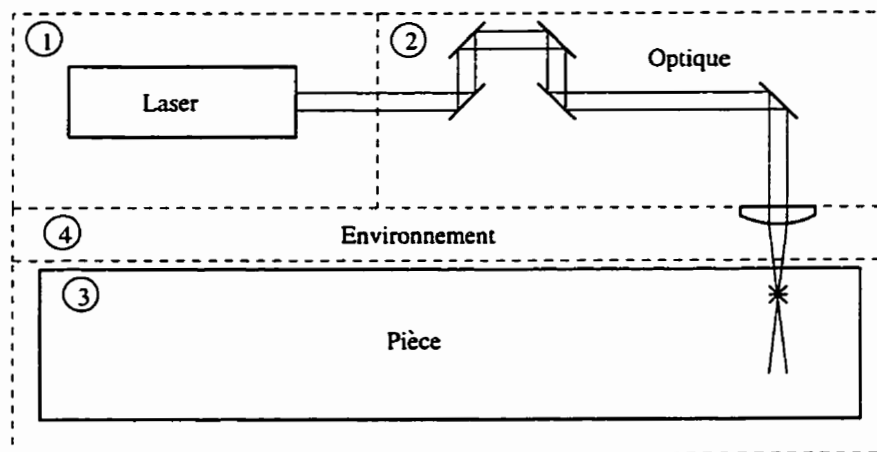


Figure 1.1 : Schématisation du procédé de perçage par laser

Le perçage par laser peut être subdivisé en quatre parties telles qu'illustrées sur la figure 1.1. La première partie concerne le laser avec tous ses équipements nécessaires à la

production et au maintien du faisceau laser. Ce dernier est ensuite conduit à travers un ensemble de miroirs et de lentilles constituant la seconde partie soit l'optique du procédé. Son rôle est de préserver la cohérence du faisceau et surtout de le diriger vers la cible généralement par focalisation en un point au moyen d'une lentille convergente. La troisième partie est bien entendu la cible, soit une pièce de matière devant subir l'irradiation du laser pour fin d'usinage. Entre la cible et la lentille convergente, un milieu gazeux a été identifié comme constituant la quatrième partie du modèle de la figure 1.1. Cette dernière est une zone de grand intérêt à cause de la complexité des phénomènes physiques qui y prennent place et dont les effets contrôlent la qualité et la faisabilité de l'usinage. En effet l'énergie incidente apportée par le laser est généralement choisie pour permettre la vaporisation quasi instantanée de la matière. En conséquence, il s'accumule un nuage de vapeur de matériel au-dessus de sa surface qui demeurant dans le champ d'exposition du laser, continue à absorber de l'énergie conduisant à la formation d'un plasma plume. Celui-ci devient à son tour une nouvelle source d'énergie radiante qui émet à des longueurs d'ondes différentes de celles du laser. Par surcroît, il constitue un obstacle au passage du flux irradiant par absorption d'énergie.

Outre la formation d'un plasma plume au-dessus de la pièce, un autre plasma se forme dans le cratère durant l'usinage. Ce plasma confère cependant certains avantages notamment celui de maintenir l'avance de l'érosion entre les pulsations du laser. Le transfert de chaleur s'effectue par convection et par radiation entre le milieu et le matériau. Un écoulement forcé par un système d'aspiration évacue les vapeurs nocives

pouvant être générées par les produits de la réaction d'oxydation. Il est fréquent, surtout durant les opérations de coupes, d'utiliser un jet coaxial d'un gaz réactif. Ce dernier atteint parfois des vitesses supersoniques rendant encore plus complexe la nature de l'écoulement des fluides dans cette quatrième zone.

1.3 CRITIQUE

L'utilisation du laser est avantageuse pour le perçage de matériaux difficiles à travailler par moyens conventionnels comme par exemple les céramiques, les métaux durs et les composites. Étant un procédé thermique, son efficacité est tributaire de ses propriétés thermiques ainsi que de celles de son optique. De ce fait les matériaux à fort degré de brillance et de grande dureté, ayant des propriétés thermiques favorables comme une faible diffusivité thermique et une faible conductivité, sont favorables à ce procédé.

Il n'est pas limité par des efforts de coupe et il ne cause pas d'usure d'outils. Lorsqu'il est combiné à une machine cinq axes, ce procédé devient très flexible pour faire des opérations multi-directionnelles. Dépendant de la focalisation de sa lentille, il est possible de percer des trous aussi petits que 0.018 mm. En mode pulsé et avec un déplacement approprié de la pièce, on peut réaliser facilement jusqu'à 100 trous par seconde. Il est même possible avec un laser Excimer dont le faisceau est très large et au moyen d'un masque d'effectuer plusieurs milliers de trous en simultané. De plus, le rayon du trou peut

être modifié en cours de procédé sans recourir à un changement d'outil. Des trous inclinés jusqu'à 80° par rapport à la surface peuvent être réalisés par laser, ce qui n'est pas facilement réalisable autrement.

Par contre, son efficacité énergétique est généralement faible. Des dommages matériels apparaissent sous forme d'une zone affectée thermiquement étant donnée la forte densité d'énergie requise pour fondre et vaporiser certains matériaux, tels que les métaux. Dans certains polymères, il peut même se produire une destruction locale sous l'effet de la chaleur ainsi que des altérations de la structure locale de certains matériaux par migration d'atomes. Les instabilités du plasma affectent la qualité de coupe. Un mauvais choix de paramètres introduit des bavures et différentes aspérités sur les rebords de la zone de coupe.

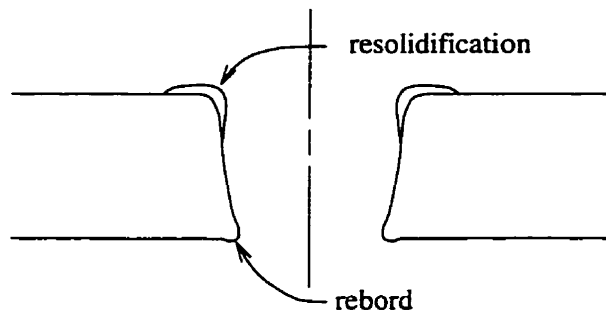


Figure 1.2: Profil de coupe

Des trous avec diamètre en échelons sont très difficilement réalisables par laser et c'est également difficile de contrôler la profondeur des trous. Ceux qui sont profonds nécessitent une optique spéciale pour déplacer correctement le point focal. Les trous de

diamètre supérieur à 1,3 mm doivent généralement être percés par un contrôle approprié du mouvement de la trajectoire circulaire du faisceau, alors que les trous de faible diamètre seront forcément en biseau. La divergence du faisceau augmente le défaut de circularité. La très grande densité d'énergie mise en jeu est propice à la formation de microfissures qui rend les pièces fragiles dans la zone de coupe et accélère le phénomène de corrosion.

1.4 PROBLÉMATIQUE

Parmi les inconvénients associés à ce procédé, certains sont imputables à la configuration du procédé et sont donc difficiles à corriger. Par contre d'autres sont issus d'un mauvais étalonnage des paramètres et d'une mauvaise compréhension des phénomènes physiques. Pour ces derniers, il est nécessaire de poursuivre la recherche et le développement. La recherche s'effectue principalement à deux niveaux soit expérimentalement et numériquement.

A travers une démarche purement expérimentale, il est possible par une conception expérimentale judicieuse de trouver une configuration de paramètres qui optimise la qualité des résultats. Toutefois, ce moyen n'apporte pas toutes les réponses nécessaires à la compréhension des phénomènes complexes qui se manifestent durant l'opération. Par ailleurs les méthodes expérimentales ne permettent pas facilement de mettre hors limite certains paramètres pour vérifier leur comportement. En revanche, l'analyse numérique

permet d'attribuer n'importe quelle valeur réalisable ou non à chacun des paramètres du système. Par la suite, s'il s'avérait avantageux de pousser hors limite certains paramètres du procédé alors des améliorations sur les équipements pourront être analysées en temps opportun.

1.5 OBJECTIFS

Dans cet ouvrage l'approche numérique a été sélectionnée comme moyen d'enrichissement de nos connaissances des phénomènes physiques précédemment mentionnés. L'intérêt central du projet vise particulièrement l'identification géométrique du cratère d'érosion. Une simulation numérique transitoire est donc appropriée à cette fin. On propose le développement d'une méthode de maillage mobile de formulation Euler-Lagrange comme moyen d'adaptation du maillage durant la simulation.

Puisque la zone d'intérêt concerne l'évolution d'une frontière en mouvement définie par la progression du cratère d'érosion, une méthode de gestion de frontières mobiles s'avère nécessaire. Le développement d'une telle méthode est également envisagé comme second objectif.

2.0 DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE

2.1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE DU MAILLAGE MOBILE

La complexité des phénomènes transitoires rend difficile l'utilisation d'un maillage fixe optimal durant l'évolution complète de l'analyse. Essentiellement ceci est dû au mouvement des frontières qui nécessite différentes techniques d'adaptation du maillage. Miller [19,20] semblerait être un pionnier du maillage mobile. Ces premiers développements effectués sur des maillages unidimensionnels faisaient appel à l'équation de Burgers pour localiser les noeuds près d'un choc.

Oden et al. [21] ont développé une méthode de déplacement des noeuds basée sur un critère d'erreur calculé à partir du résidu d'une variable d'intérêt. Ils répartissent uniformément l'erreur sur leurs maillages quadrilatères structurés. En 1989 Lohner [35] introduit une technique d'étirement des éléments pour faciliter la capture de chocs. Une autre stratégie initiée par Adjrid et Flaherty [37] consiste à établir une vitesse aux noeuds, calculée par analogie à un système de ressorts, appliqué à la résolution d'un cas unidimensionnel.

Trépanier et al. [1,36] semblent être les premiers à introduire le couplage d'un résolveur par volumes finis avec un algorithme d'adaptation de maillage mobile Euler-Lagrange

d'éléments triangulaires non structurés associés à des problèmes d'écoulement de fluide. Leur travail est poursuivi par Zhang et al. [15] ainsi que par Ilinca [16] qui le généralisent au cas tridimensionnel toujours associé à la résolution des équations d'Euler en régime compressible.

Dans ce travail on reprend les travaux de Trépanier et al. [36] pour les adapter à la résolution d'un système de transfert de chaleur en régime transitoire couplé à un algorithme de maillage mobile. La méthode de résolution est également par volumes finis de la forme Euler-Lagrange, pour aborder le problème de frontières, et par conséquent de maillage mobile.

2.2 HYPOTHÈSES

Afin de réduire la complexité du problème, un certain nombre d'hypothèses sont faites quant aux mécanismes présents dans le procédé de perçage. On modélise le phénomène par la focalisation d'un flux d'irradiation laser qui augmente la température jusqu'à ce que le point de fusion soit atteint, produisant un premier changement de phase. A l'interface des deux phases, la température se maintient constante à la température de fusion. L'interface reçoit toujours un flux d'énergie, ce qui a pour effet d'accroître le front d'érosion. Pendant ce temps, la phase liquide est exposée au passage du flux laser

avec une hausse de sa température jusqu'à la température de vaporisation. En conséquence, il y aura apparition d'un second front dit de vaporisation.

Gérer la présence des deux fronts avec la répartition d'énergie incidente qui traverse les deux interfaces, en plus de celle qui est réfléchi sur le second s'avère assez complexe. A cet égard, une première simplification est apportée par l'hypothèse que le flux laser est suffisamment fort pour fondre et vaporiser le matériel simultanément donnant lieu à un phénomène de sublimation, ce qui revient à éliminer la phase liquide par deux fronts superposés.

La matière qui se sublime réagit instantanément avec l'air et les gaz en présence suivant des réactions d'oxydation bien connues. Ces réactions sont soit endothermiques ou exothermiques, donc sujettes à modifier l'équilibre énergétique dans le cratère. Par ailleurs, si les produits issus de la vaporisation ne sont pas évacués rapidement du cratère, ils interceptent une partie du flux laser et augmentent ainsi leur température considérablement donnant lieu à un plasma.

La présence des produits de vaporisation sera négligée au cours de ce travail. Cette seconde hypothèse peut à première vue apparaître comme très grossière puisque l'énergie captée par les vapeurs et le plasma, doit forcément être soustraite du flux incident appliqué sur le substrat à percer. Par contre, le plasma très chaud à proximité de la plaque, apporte un flux additionnel par radiation assez important qui peut compenser le

flux absorbé. La présence de l'air et toute autre partie gazeuse autour de la pièce à percer n'ayant pas été considérée, alors les pertes d'énergie par convection ainsi que par radiation ont été négligées.

Finalement, l'application d'une forte concentration d'énergie sur une petite surface d'un matériau peut affecter thermiquement une zone beaucoup plus grande que celle qui coïncide avec le cratère. La structure du matériau dans cette zone est sujette à une modification et entraîne une variation de ses propriétés physiques. Par un processus migratoire d'atomes, elle peut même altérer la nature des réactions d'oxydations formées durant la sublimation. Pour une question de simplicité, tout ça n'a pas été considéré au cours de ce travail.

2.3 FORMULATION D'UN VOLUME DE CONTRÔLE DÉFORMABLE

2.3.1 Théorème de Reynolds

Un volume matériel $V(t)$ est défini, dans sa forme la plus simple, comme une région bornée par une surface $S(t)$ épousant la périphérie de la matière contenue dans le volume. Cette surface se déplace en fonction du temps et se déforme de manière à toujours englober les mêmes particules de matière.

Par contre un volume de contrôle $V^*(t)$ est une région bornée par ses surfaces $S^*(t)$ qui se déplacent et se déforment arbitrairement sans nécessairement englober la même matière. Le volume de contrôle $V^*(t)$ se déforme lorsque chacun de ses éléments de surface dS^* se déplace à une vitesse $\vec{c}(r,t)$. Le milieu borné par le volume de contrôle possède plusieurs propriétés physiques par unité de volume représentées par la fonction $F(r,t)$.

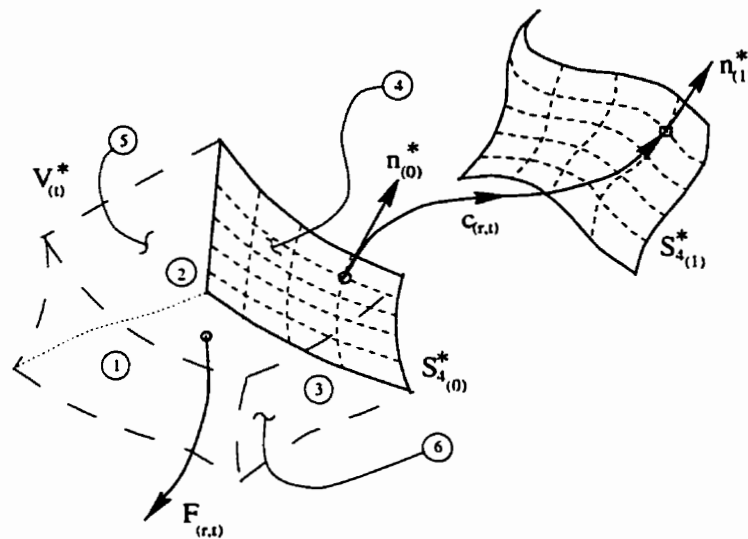


Figure 2.1: Volume de contrôle déformable.

La variation temporelle de ces propriétés sur un volume de contrôle $V^*(t)$ s'évalue en tout temps t par l'expression suivante:

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*} F(r,t) dV^* \quad (2.1)$$

On considère ensuite le taux de changement de la propriété F observé instantanément par un observateur immobilisé au point r .

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial F(r, t)}{\partial t} \Big|_{r \text{ (fixe)}} \quad (2.2)$$

La relation (2.2) appliquée sur le terme (2.1), donne le taux de changement instantané de la fonction F appliquée au volume de contrôle V^* .

$$\int_{V^*(t)} \frac{\partial F(r, t)}{\partial t} dV^* \quad (2.3)$$

Il ne reste plus qu'à considérer la quantité de la propriété $F(r, t)$ qui traverse les surfaces $S^*(t)$ tout en tenant compte que chaque élément de surface dS^* se déplace suivant une fonction $\vec{c}(r, t)$.

$$\int_{S^*(t)} F(r, t) \vec{c}(r, t) \cdot \vec{n}^* dS^* \quad (2.4)$$

avec \vec{n}^* le vecteur normal à la surface S^* évaluée au point r .

En regroupant les relations (2.1 à 2.4) on retrouve le Théorème de Reynolds,

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} F(r, t) dV^* = \int_{V^*(t)} \frac{\partial F}{\partial t} dV^* + \int_{S^*(t)} F \vec{c} \cdot \vec{n}^* dS^* \quad (2.5)$$

qui exprime le taux de changement d'une propriété physique d'un volume matériel qui évolue dans un volume de contrôle en mouvement.

Si à un instant t la frontière du volume matériel $V(t)$ coïncide avec la frontière du volume de contrôle $V^*(t)$, alors l'équation (2.5) s'écrit.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} F(r, t) dV = \int_{V(t)} \frac{\partial F}{\partial t} dV + \int_{S(t)} F \bar{u} \cdot \bar{n} dS \quad (2.6)$$

où \bar{u} est la vitesse de la frontière du volume matériel égale à la vitesse du milieu. Puisque V et V^* coïncident, alors le taux de variation instantanée de F exprimé pour chacun des volumes est le même, donc;

$$\int_{V^*(t)} \frac{\partial F}{\partial t} dV^* = \int_{V(t)} \frac{\partial F}{\partial t} dV \quad (2.7)$$

Alors S et S^* coïncident également, ce qui implique que $\bar{n} = \bar{n}^*$. En conséquence, l'élimination de (2.7) dans (2.5) et (2.6) conduit à l'équation de transport de Reynolds.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} F(r, t) dV = \frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} F(r, t) dV^* + \int_{S^*(t)} F(\bar{u} - \bar{c}) \cdot \bar{n}^* dS^* \quad (2.8)$$

On exprime la variation d'énergie dans le volume ΔE de la façon suivante:

$$\Delta E = \int_{V(t)} \rho C_v dT dV \quad (2.9)$$

L'équation (2.8) maintenant appliquée à l'énergie interne sur le volume matériel V devient:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} E dV = \frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} E dV^* + \int_{S^*(t)} E(\bar{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{c}}) \cdot \bar{\mathbf{n}}^* dS^* \quad (2.10)$$

On suppose que le volume V est incompressible ce qui implique que le coefficient de chaleur spécifique ne varie qu'avec la température.

$$C_v(T) = C_p(T) = C(T) \quad (2.11)$$

De plus comme la matière est immobile dans le solide, alors $\bar{\mathbf{u}} = 0$. Finalement, en remplaçant E dans l'équation (2.10) par la relation (2.9) on obtient:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho C(T) T dV = \frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} \rho C(T) T dV^* - \int_{S^*(t)} \rho C(T) T (\bar{\mathbf{c}} \cdot \bar{\mathbf{n}}^*) dS^* \quad (2.12)$$

2.3.2 Conservation de l'énergie sur un volume de contrôle

La première loi de la thermodynamique appliquée à un volume matériel s'énonce comme suit:

$$\dot{W} + \dot{Q} - \Delta \dot{E} = 0 \quad (2.13)$$

Pour un problème de conduction de chaleur dans un milieu qui ne se déforme pas, il n'y a pas de travail effectué par la masse, alors $W=0$ et donc $\dot{W}=0$. On trouve le taux de chaleur \dot{Q} qui traverse la surface $S^*(t)$ du volume de contrôle $V^*(t)$ par la loi de Fourier.

$$\dot{Q} = \oint_{\Gamma^*(t)} -k \nabla T dS^* \quad (2.14)$$

La première loi de la thermodynamique énoncée à l'équation (2.13) peut s'exprimer en régime transitoire comme ceci:

$$\frac{d(E)}{dt} = \dot{Q} \quad (2.15)$$

Le remplacement des équations (2.14) et (2.9) dans l'équation (2.15) donne l'équation (2.16) intégrée sur le volume matériel V .

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho C(T) T dV = \oint_{\Gamma^*(t)} -k \nabla T dS^* \quad (2.16)$$

Par application du théorème de Green sur le terme de droite de (2.16) on obtient:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho C(T) T dV = \int_{V^*(t)} \bar{\nabla} \cdot k \bar{\nabla} T dV^* \quad (2.17)$$

Cette équation est valable pour les matériaux isotropes ou orthotropes seulement. Si ce n'est pas le cas l'équation (2.17) prend la forme suivante.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho C(T) T dV = \int_{V^*(t)} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) dV^* \quad (2.18)$$

En substituant (2.17) dans (2.12) l'équation de chaleur transitoire sur un volume de contrôle instationnaire s'exprime par:

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} \rho C(T) T dV^* = \int_{V^*(t)} \bar{\nabla} \cdot k \bar{\nabla} T dV^* + \int_{S^*(t)} \rho C(T) T (\bar{c} \cdot \bar{n}^*) dS^* \quad (2.19)$$

Le développement aboutissant à l'équation (2.19) est effectué sur un volume de contrôle quelconque. Les intégrations sur le volume appliqué à un problème 2D seront doubles

avec $dV=dx dy$ et triples en 3D avec $dV=dx dy dz$. Par contre pour appliquer cette équation au cas axisymétrique, il faut changer le système de coordonnées cartésiennes pour un système de coordonnées cylindriques. En conséquence, refaire la démarche de (2.16) à (2.18) transforme l'équation (2.18) pour un matériau anisotrope de la façon suivante:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} r \rho C(T) T dV = \int_{V(t)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_r \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r k_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) dV \quad (2.20)$$

En supposant le matériau isotrope, alors l'équation (2.19) pour un système axisymétrique appliquée à un volume de contrôle devient (2.21).

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} r \rho C(T) T dV = \int_{V(t)} \bar{\nabla} \cdot r k \bar{\nabla} T dV + \int_{S(t)} r \rho C(T) T (\bar{c} \cdot \bar{n}) dS \quad (2.21)$$

On note que le membre de droite des équations (2.19) et (2.21) comporte deux termes: un terme de flux diffusif et un terme additionnel de flux de convection.

Le terme diffusif est intégré sur le volume plutôt que sur la surface qu'il traverse. Par l'application du théorème de Gauss et en considérant k et $C(T)$ constants durant l'intervalle de temps Δt , l'équation (2.19) s'écrit:

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} \rho C(T) T dV^* = \int_{S^*(t)} k(\nabla \bar{T} \cdot \bar{n}^*) dS^* + \int_{S^*(t)} \rho C(T) T (\bar{c} \cdot \bar{n}^*) dS^* \quad (2.22)$$

2.4 DISCRÉTISATION

Pour résoudre numériquement l'équation (2.22), une discrétisation spatiale et temporelle en volume de contrôle du milieu continu est effectuée. Dans le cas d'une analyse 2D la discrétisation spatiale des termes de droite de (2.22) par volumes finis, prend la forme suivante:

$$\begin{aligned} \int_{S^*(t)} k(\nabla \bar{T} \cdot \bar{n}^*) dS^* + \int_{S^*(t)} \rho C(T) T (\bar{c} \cdot \bar{n}^*) dS^* = \\ \left[k(T) \sum_j^{n_j} (\bar{\nabla} T_j \cdot \bar{n}_j^*) s_j \right] + \left[\frac{\rho C(T)}{2} \sum_j^{n_j} T_j [(\bar{c}_a \times \bar{s}_j^n) + (\bar{c}_b \times \bar{s}_j^{n+1})] \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

où le $j^{\text{ème}}$ flux traversant la surface s_j est intégré sur les n_j surfaces entourant le volume de contrôle $V^*(t)$. \bar{c}_a et \bar{c}_b sont les vecteurs vitesses des extrémités de la face de contrôle au temps n . La discrétisation spatiale du terme de gauche de (2.22) dépend de la fonction d'intégration nécessaire pour intégrer correctement l'énergie spécifique sur le volume. Généralement un type d'intégration de masse ponctuelle concentrée sur le noeud est suffisant et donne:

$$\frac{d}{dt} \int_{V^*(t)} \rho C(T) T dV = \frac{\rho C(T) (T_i^{n+1} - T_i^n) \Delta V^*}{\Delta t} \quad (2.24)$$

Cette approximation comporte deux avantages importants, soient un calcul plus rapide et un schéma stable. Mis sous forme matricielle, le terme (2.24) de (2.22) constituera une matrice masse $[C]$ diagonale.

Une autre façon d'intégrer numériquement ce terme transitoire est connue sous le nom de la matrice masse consistante. Elle se résume à pondérer l'effet de masse sur chacun des noeuds de l'élément. De ce fait, le terme de gauche de (2.22) discrétisé suivant cette approche prendra la forme suivante:

$$\int_{V^*(t)} \rho C_p(T) \frac{dT}{dt} dV^* = \sum_e \frac{A_e \rho C_p}{12} \left[2 \frac{dT_i}{dt} + \frac{dT_j}{dt} + \frac{dT_k}{dt} \right] \quad (2.25)$$

où l'indice 'i' est associé au noeud de l'élément 'e' qui est le centre du volume de contrôle $V(t)$. Les indices 'j' et 'k' représentent la participation des deux autres noeuds des ' n_e ' éléments associés au volume V . Cette discrétisation est sujette à des oscillations occasionnées par une variation de température trop grande dans un incrément de temps donné. La solution obtenue avec la matrice consistante est supposée être plus précise si dt est choisi assez petit pour atténuer les oscillations.

Peu importe qu'une discrétisation de type (2.24) ou de type (2.25) soit utilisée, l'assemblage de tous les flux pris à chaque volume de contrôle du domaine, permet de construire le système matriciel suivant:

$$[K_T]\{T\} + [C]\{\dot{T}\} = \{R\} \quad (2.26)$$

La matrice de rigidité thermique $[K_T]$ est obtenue par assemblage des flux diffusifs et convectifs des volumes de contrôle représentés par les termes de droite de l'équation (2.22). La matrice masse $[C]$ concerne le terme de gauche de cette même équation. Finalement, le vecteur charge $\{R\}$ contient les flux qui sont appliqués sur les frontières du domaine. Il pourrait aussi être associé à des cas de sources de chaleur appliquées à divers endroits sur le domaine.

La discrétisation temporelle peut être obtenue explicitement d'un pas de temps 'n' au pas de temps suivant 'n+1' comme ceci:

$$\{T\}_{n+1} = \{T\}_n + \Delta t \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} \quad (2.27)$$

La valeur de Δt est sujet à un critère de stabilité basé sur le nombre de Fourier Fo .

$$\Delta t \leq \frac{Fo(\Delta h)^2 \rho C_p}{k} \quad (2.28)$$

Une valeur maximale de $Fo \leq 1/6$ est suggérée comme acceptable pour l'analyse thermique transitoire [2], avec Δh la taille minimale de l'élément le plus petit du

domaine. Le Δt obtenu de (2.28) est acceptable uniquement pour satisfaire la résolution numérique de l'équation de chaleur. Au chapitre 3.0, traitant de la résolution numérique d'un maillage mobile, il faudra calculer Δt de nouveau et retenir la plus petite des deux valeurs. Dans les deux cas, la raison est la même c'est-à-dire de prévenir que l'information traverse plus d'un volume de contrôle durant un même intervalle de temps. En maillage mobile, les flux convectifs obtenus à la suite des mouvements des mailles sont sujets à traverser plus d'un volume et doivent donc être surveillés.

Parfois les pas de temps obtenus par la relation (2.28) peuvent être si petits qu'ils nécessitent un nombre impressionnant de pas de temps pour compléter une analyse. On peut alors contourner le critère (2.28) en utilisant une discrétisation implicite dans le temps. Cette discrétisation implicite transforme l'équation (2.27) comme ceci:

$$\{T\}_{n+1} = \{T\}_n + \Delta t \left[(1 - \beta) \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_n + \beta \left\{ \frac{dT}{dt} \right\}_{n+1} \right] \quad (2.29)$$

Le facteur β sert à pondérer le poids associé aux vecteurs $\{dT/dt\}$ des deux derniers temps. Travailler avec dT/dt à deux temps différents n'est pas très pratique. Les manipulations algébriques suivantes permettent de les éliminer. D'abord, on applique séparément aux deux temps la formulation matricielle explicite pondérée à β pour le temps ' $n+1$ ' et à $(1 - \beta)$ pour le temps ' n '.

$$(1 - \beta) \left([K_T]_n \{T\}_n + [C]_n \{\dot{T}\}_n \right) = (1 - \beta) \{R\}_n \quad (2.30)$$

$$\beta \left([K_T]_{n+1} \{T\}_{n+1} + [C]_{n+1} \{\dot{T}\}_{n+1} \right) = \beta \{R\}_{n+1} \quad (2.31)$$

La notation \dot{T} représente la dérivée temporelle de température. Un des deux termes de dérivée temporelle de (2.29) est isolé comme ceci:

$$\beta \{\dot{T}\}_{n+1} = \frac{\{T\}_{n+1} - \{T\}_n}{\Delta t} - (1 - \beta) \{\dot{T}\}_n \quad (2.32)$$

Par remplacement de (2.32) dans l'équation (2.31).

$$\beta [K_T]_{n+1} \{T\}_{n+1} + \frac{[C]_{n+1} \{T\}_{n+1}}{\Delta t} - \frac{[C]_{n+1} \{T\}_n}{\Delta t} - [C]_{n+1} (1 - \beta) \{\dot{T}\}_n = \beta \{R\}_{n+1} \quad (2.33)$$

Si pour l'instant le maillage est considéré fixe, alors $[K_T]_n = [K_T]_{n+1}$ et $[C]_n = [C]_{n+1}$.

Donc par combinaison des équations (2.30) dans (2.33) on obtient la forme implicite discrétisée pour un maillage fixe.

$$\left[\frac{[C]}{\Delta t} + \beta [K_T] \right] \{T\}_{n+1} = \left[\frac{[C]}{\Delta t} - (1 - \beta) [K_T] \right] \{T\}_n + (1 - \beta) \{R\}_n + \beta \{R\}_{n+1} \quad (2.34)$$

Maintenant, si le maillage bouge durant l'analyse, $[K_T]_n \neq [K_T]_{n+1}$ et $[C]_n \neq [C]_{n+1}$.

Dans ce cas la substitution de l'équation (2.30) dans (2.33) transforme l'équation (2.34) en ce qui suit:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{[C]_n [C]_{n+1}}{\Delta t} + \beta [C]_n [K_T]_{n+1} \right] \{T\}_{n+1} = \\ & \left[\frac{[C]_n [C]_{n+1}}{\Delta t} - (1 - \beta) [C]_{n+1} [K_T]_n \right] \{T\}_n + \\ & \beta [C]_n \{R\}_{n+1} + (1 - \beta) [C]_{n+1} \{R\}_n \end{aligned} \quad (2.35)$$

Les formulations (2.34) sur maillage fixe et (2.35) sur maillage mobile conduisent à la formation d'un système:

$$[A] \{T\}_{n+1} = [B] \{T\}_n + \{R\}_{eq} \quad (2.36)$$

Cependant la formulation (2.35) est beaucoup plus complexe à traiter que celle de (2.34) puisqu'elle implique la multiplication de matrices pour former les matrices globales $[A]$ et $[B]$. Rappelons que la séquence de multiplication est importante puisque les matrices n'ont pas la propriété d'associativité. On réalise rapidement que la forme implicite en maillage mobile de l'équation de transfert de chaleur en régime transitoire est fastidieuse à traiter et encore d'avantage si on utilise une matrice masse consistante. Ce n'est plus évident qu'il y a un gain en temps de calcul de recourir à cette forme, même s'il en résulte un nombre de pas de temps réduit.

De toute façon si le système comporte des termes non linéaires dans les matrices, comme c'est le cas dans cette analyse, il faudra nécessairement limiter la taille des incréments de temps. En effet, les propriétés physiques radiatives telles que $k, C_p, \varepsilon_\lambda$ et Abs_λ varient considérablement en fonction de la température. Pour simuler le perçage par laser, il faut au moins atteindre la température de fusion du matériau, ce qui implique que les propriétés radiatives varient continuellement étant donné que la zone qui atteint cette température se renouvelle constamment mais pas au même endroit.

C'est donc une forme Euler explicite $\beta = 0$ qui a été retenue dans ce travail. Pour résoudre le système d'équation différentielle ordinaire d'ordre 1 de l'équation (2.36), il faut une solution de température initiale. Appliquée au cas d'une opération de perçage par laser, la solution initiale qui s'impose comme étant la plus réaliste, consiste à imposer pour chaque noeud du maillage une valeur de température égale à la température de la pièce.

Connaissant en tout temps la solution précédente $\{T\}_n$, alors le côté droit de l'équation (2.36) devient également connu pour finalement transformer le système d'équation (2.36) au système d'équation linéarisé.

$$[A]\{T\}_{n+1} = \{R\}_{eff.} \quad (2.37)$$

Ayant choisit une forme Euler explicite, la matrice $[A]$ n'est plus qu'une réplique de la matrice masse, d'où il devient avantageux d'utiliser une matrice masse ponctuelle car $[A]$ sera diagonale. De ce fait, le système peut être résolu noeud par noeud suivant une technique de résolution par volumes finis sans vraiment recourir à une opération réelle d'assemblage de la matrice. Toutefois, il est nécessaire de conserver les matrices élémentaires de rigidité thermique puisqu'elles sont requises au pas de temps suivant pour assembler le vecteur de charge thermique effective $\{R\}_{\text{eff}}$ associé au terme de droite de l'équation (2.36). Cette formulation est donc compacte en terme d'espace mémoire nécessaire et très rapide pour la résolution.

Cependant, la vitesse de résolution est quelque peu compromise, par les nombreuses non linéarités des propriétés physiques des matériaux qu'il faut calculer pour chacun des éléments et à chaque incrément de temps.

2.5 CONDITIONS LIMITES

Il y a deux systèmes à résoudre simultanément soit le transfert de chaleur et le mouvement du maillage, dont les conditions limites appropriés sont appliqués sur chaque frontière Γ du domaine Ω . Pour la simulation numérique d'un perçage réalisé en utilisant un maillage mobile axisymétrique, quatre différents types de frontières ont été identifiés. D'abord, il y a l'axe de symétrie qui forcément, doit posséder les conditions

nécessaires pour la préserver de toute dégradation. Ensuite vient l'unique frontière mobile réel du problème, soit celle définissant le front d'érosion. Le troisième type qui peut être rencontré, concerne les échanges avec l'environnement. Cette dernière sert à imposer les conditions qui interviennent entre le milieu gazeux et le milieu solide au même titre que la précédente d'ailleurs, sauf que celle-ci ne fait pas l'objet d'un changement de phase.

Finalement il ne reste plus que les frontières qui tout en délimitant le domaine de calcul comme les trois précédentes, ont la particularité, qu'elles ne coïncident pas avec une frontière physique du modèle. Elles sont arbitrairement et généralement choisit loin des zones d'intérêt de l'analyse pour ne pas introduire des effets perturbatoires dans le système. En fait, puisqu'elles délimitent deux zones de propriétés identiques, alors leur mouvement devrait être sans conséquence sur les résultats.

2.5.1 Système de maillage mobile

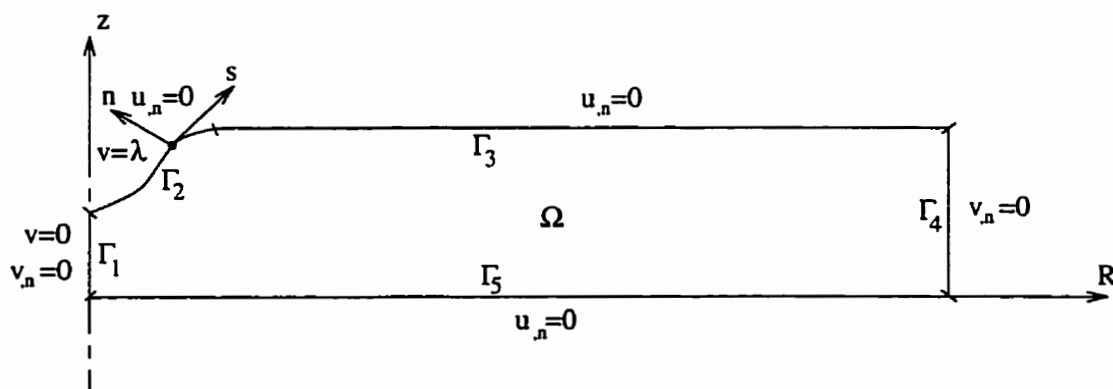


Figure 2.2: Imposition des conditions limites du mouvement du maillage.

La figure 2.2 présente les conditions limites associé au mouvement du maillage. Pour un maillage axisymétrique, il faut restreindre le déplacement des noeuds vers une valeur $r < 0$. On définit la composante tangentielle u et la composante normale v de la vitesse \vec{c} de chaque noeud frontière du domaine alors,

$$\vec{c} = (u, v) \quad (2.38)$$

Donc, la condition de Dirichlet $v=0$ sur Γ_1 assure le maintien de l'axe de symétrie. Par contre il faut redistribuer la densité des noeuds sur cette frontière ce qui oblige d'ajouter la condition de Neumann $\partial u / \partial n = 0$. La seconde frontière d'intérêt est celle qui forme le cratère d'érosion défini par Γ_2 sur la figure 2.2. Tant que le point de vaporisation n'est pas atteint, cette frontière n'existe pas. Lorsque cette condition sera franchie, une vitesse d'érosion imposée par une condition de Dirichlet $v = \lambda$, d'où λ est calculé pour chaque noeud du front de vaporisation de la façon décrite au chapitre 3.0. Une condition de glissement sur le front est ajoutée par $\partial u / \partial n = 0$. Les autres frontières du domaine demeurent statique durant toute la simulation, mais on autorise un glissement des noeuds sur les frontières.

2.5.2 Système thermique

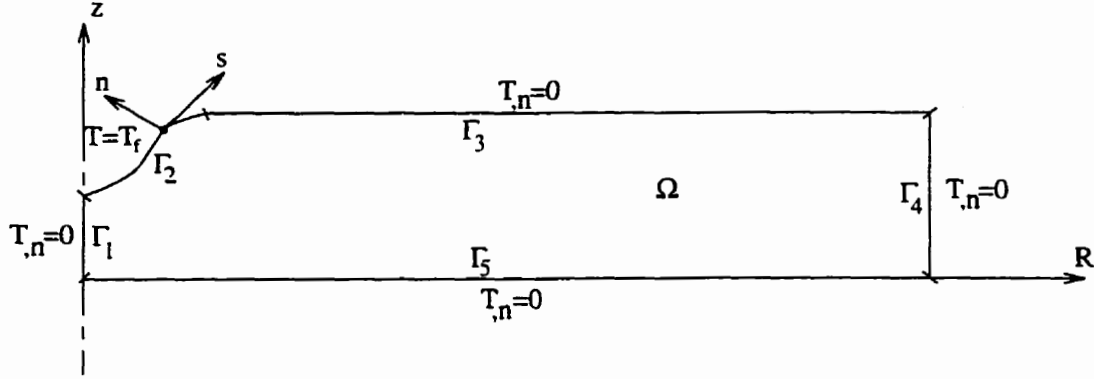


Figure 2.3: Imposition des conditions limites du système thermique.

Pour la résolution du système thermique, l'axe de symétrie $r=0$ requiert la condition de Neumann $\partial T / \partial n = 0$. La seconde frontière d'intérêt est bien entendu celle exposée au flux irradiant du laser q_L d'où on impose une condition de Neumann $-k \partial T / \partial \vec{n} = q_L$. Ce flux n'est pas nécessairement appliqué perpendiculairement à la surface, alors il faut considérer son angle d'incidence α .

$$q_L = (k_r T_{,r} + k_z T_{,z}) q_r \cos(\alpha) + (k_z T_{,r} + k_r T_{,z}) q_z \sin(\alpha) \quad (2.39)$$

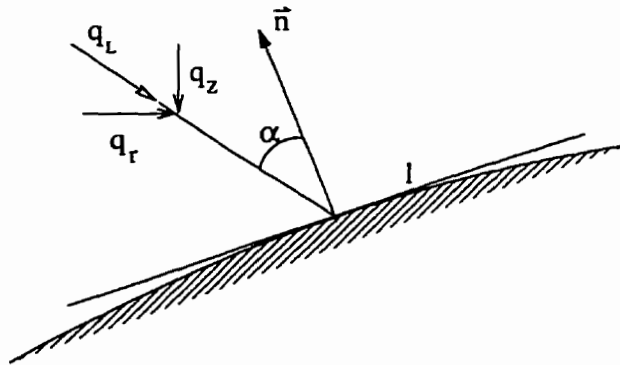


Figure 2.4: Composante du flux d'irradiation

L'équation (2.39) est exprimée pour un modèle axisymétrique. Si le modèle étudié est 2D, alors il faudra changer les indices (r,z) pour les indices (x,y) . De plus si on considère le matériau isotrope, alors q_L pour le cas axisymétrique se trouve simplifié comme ceci:

$$q_L = kl(T_{,r} \cos(\alpha) + T_{,z} \sin(\alpha)) \quad (2.40)$$

Les frontières Γ_3 et Γ_5 de la figure 2.3 sont celle de troisième type précédemment mentionné pour délimiter la plaque de son environnement. En accord avec les hypothèses émises précédemment, il n'y a pas de transfert de chaleur avec l'environnement, alors on leur applique la condition de flux nulle $\partial T / \partial n = 0$. Enfin, la dernière frontière Γ_4 est du quatrième type, donc définit arbitrairement. Étant donné quelle est choisit loin de la zone d'application du flux de chaleur elle peut être également considéré adiabatique.

2.6 VARIATIONS IMPORTANTES DU GRADIENT SUR V^* EN MOUVEMENT.

La méthode des volumes finis d'ordre 1, (c'est-à-dire que les volumes de contrôle voisins ne participent pas au calcul des flux d'un volume fini) donne une valeur moyenne pour chaque volume de contrôle. Lorsqu'il y a de fortes variations de la valeur du gradient sur un volume de contrôle en mouvement, alors la sommation des flux autour de ce volume

peut entraîner une erreur. La figure 2.5 illustre ce problème avec une distribution de T et une coupe sur 2 éléments.

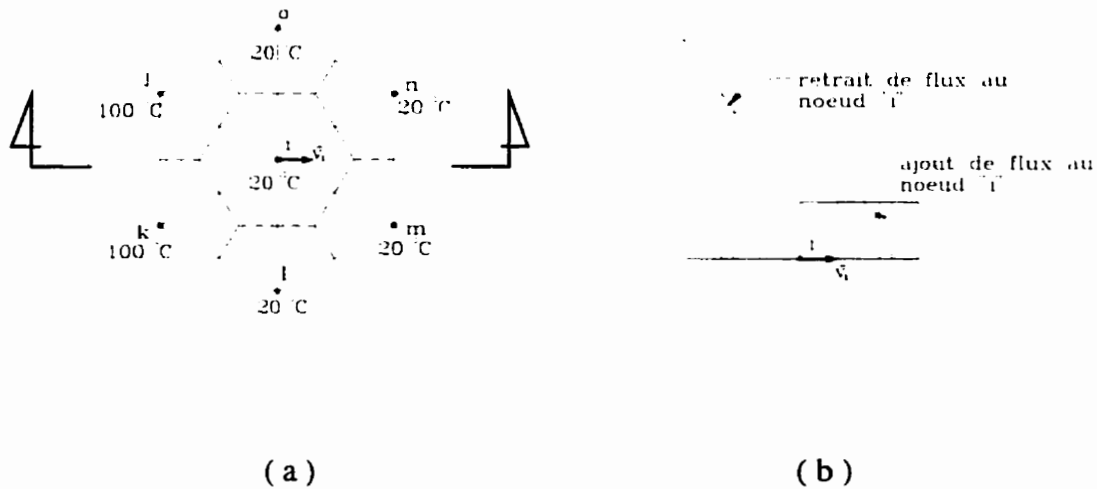


Figure 2.5: Maillage mobile et solution a) Vue en plan b) Vue en coupe.

Le nœud ' i ' est animé d'une vitesse vers la droite alors que tous les autres nœuds sont stationnaires. La figure 2.6 compare les coupes de températures obtenues au temps t^n et t^{n+1} pour maillage mobile par rapport à la solution exacte qu'il faut tenter d'approcher. On constate que la température du nœud i à t^{n+1} a diminué lorsque le maillage se déplace de la façon indiquée alors qu'il aurait dû augmenter comme cela aurait été le cas si le maillage était fixe.

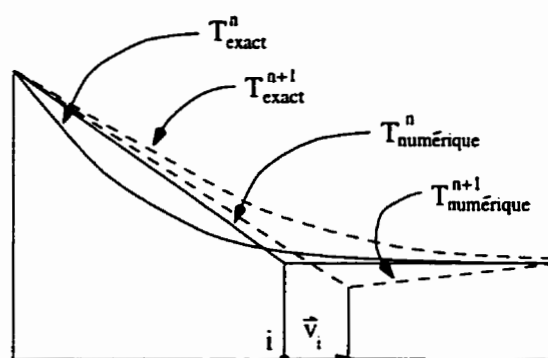


Figure 2.6: Comparaison de la température en maillage mobile avec la solution exacte.

La seule façon possible de minimiser cette erreur est d'utiliser une plus grande densité d'éléments dans les zones qui seront traversées durant l'analyse par des variations de gradients sur leurs volumes de contrôle. Une diminution des pas de temps n'a aucun effet puisqu'après la même durée de temps on obtiendra les mêmes valeurs si le maillage ne contient pas d'autres faiblesses influencées par le pas de temps.

3.0 GÉNÉRATION ET GESTION DU MAILLAGE

3.1 GÉNÉRATION DU MAILLAGE

Un domaine 2D ou axisymétrique est discrétisé en éléments triangulaires à trois noeuds (figure 3.1). Des volumes de contrôle sont ensuite formés autour de chaque noeud du maillage (figure 3.2a) en reliant le centroïde de chaque élément qui l'entoure aux points médians de chacune de leurs trois arêtes. La géométrie que forment les volumes de contrôle est de type polygonal. Chaque segment formant le polygone en question constitue une face de contrôle.

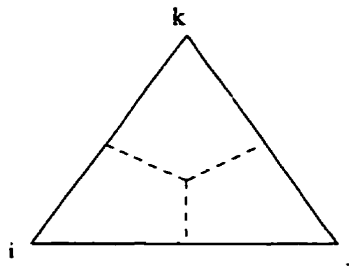


Figure 3.1: Élément triangulaire à trois noeuds

Les noeuds frontières du maillage possèdent aussi un volume de contrôle (figure 3.2b). Cependant, ils ne sont que partiellement encerclés puisqu'ils se retrouvent sur la frontière même de ce volume. On se retrouve avec deux grilles superposées soit: Le maillage triangulaire et un maillage dual de Voronoï formé par les volumes de contrôle.

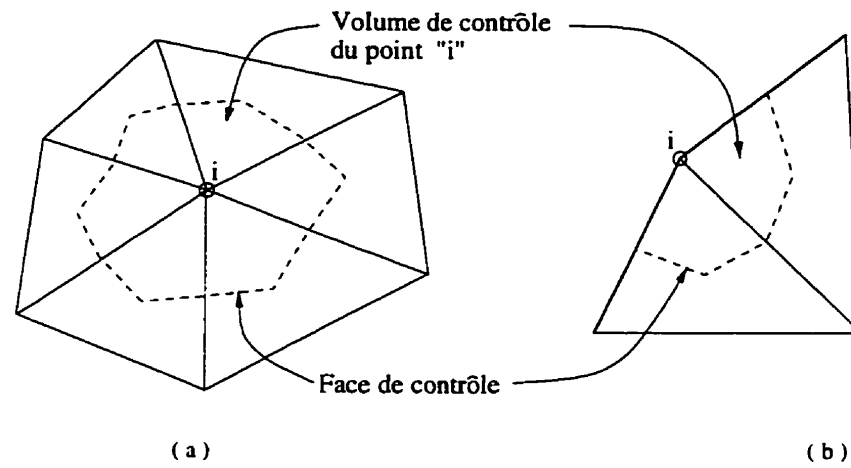


Figure 3.2: a) V^* intérieur b) V^* sur les frontières

En maillage mobile, les noeuds du domaine sont animés d'une certaine vitesse. Durant le processus de déplacement du maillage, les éléments peuvent subir des déformations mais cela n'affecte pas leur connectivité. La vitesse des noeuds est d'abord calculée à partir de celle de la frontière pour ensuite être propagée vers l'intérieur du domaine. La façon de calculer la vitesse des noeuds sur la frontière, sera décrite en détail à la section suivante, traitant de la frontière mobile.

On fait appel à une équation de Poisson pour diffuser le mouvement des frontières vers l'intérieur du domaine. Soit \bar{v} la vitesse de déplacement des noeuds du maillage. L'équation qui modélise la diffusion de cette vitesse sur le domaine est:

$$\nabla^2 \bar{v} = \bar{p} \quad (3.1)$$

La sommation des flux diffusifs de vitesse est calculée autour de chaque volume de contrôle et cela pour chacune des dimensions du modèle soit: en (x,y) pour l'analyse 2D et en (r,z) pour l'analyse axisymétrique. Le schéma discrétisé sert ensuite à la formation d'une matrice symétrique $[F]$ contribuant ainsi à former le système d'équations linéaires.

$$[F]\{\bar{v}\} = \{\bar{p}\} \quad (3.2)$$

Si le vecteur puissance \bar{p} est choisi indépendant du vecteur vitesse \bar{v} et de la matrice $[F]$, alors le système garantit une solution unique qui peut être résolue par n'importe quelle technique de résolution directe ou itérative. En imposant $\bar{p} = 0$ on se trouve à résoudre simplement l'équation de Laplace. Cependant, en choisissant \bar{p} d'une manière appropriée, une distribution non uniforme des vitesses ($\nabla \bar{v} \neq \text{constante}$) peut être obtenue dans le but de respecter un critère d'adaptativité. Par exemple, il peut être avantageux d'augmenter naturellement la densité du maillage dans les zones de variation plus importante de la variable de contrôle. Par la même occasion, en diminuant simultanément la densité du maillage dans les zones d'intérêt moindre, il devient possible d'obtenir une distribution uniforme de l'erreur sur tout le domaine, tout en conservant un nombre de noeuds constants, ainsi qu'une topologie du maillage invariable dans le temps. En choisissant \bar{p} comme le gradient de l'erreur, l'équation (3.1) prend la forme suivante:

$$\nabla^2 \bar{v} = -\nabla \epsilon \quad (3.3)$$

La résolution de (3.3) fera en sorte que $\nabla \varepsilon = 0$, ce qui signifie que l'erreur est uniforme sur tout le maillage. L'estimateur d'erreur $\nabla \varepsilon$ basé sur le résidu d'une variable a reçu beaucoup d'attention dans la littérature ces dernières années. A titre d'exemple Ilinca [16] présente diverses utilisations de ce terme.

La discrétisation temporelle du mouvement du maillage est de la forme suivante:

$$\bar{\mathbf{r}}_{n+1} = \bar{\mathbf{r}}_n + \Delta t \bar{\mathbf{v}}_n \quad (3.4)$$

avec $\bar{\mathbf{r}}$ la position du noeud exprimé aux temps n et $n+1$ et $\bar{\mathbf{v}}$ est sa vitesse. Le choix du pas de temps Δt est tel que l'information ne doit pas traverser plus d'un volume de contrôle durant un pas de temps. Un critère de stabilité est utilisé pour assurer cette condition.

$$\Delta t \leq \frac{\Delta h}{2|\bar{\mathbf{v}}_{\max}|} \quad (3.5)$$

Deux approches fréquentes sont utilisées pour déterminer la valeur de vitesse maximum $|\bar{\mathbf{v}}_{\max}|$, ainsi que la taille minimale d'un élément Δh . La première, très conservatrice, consiste à employer les valeurs extrêmes trouvées sur le domaine. La seconde plus réaliste se contente de repérer le ratio $\Delta h / 2|\bar{\mathbf{v}}_{\max}|$ le plus faible calculé pour chacun des noeuds du maillage.

Comme il faut reconstruire et résoudre le système d'équation (3.2) plusieurs fois, il devient avantageux de recourir à une technique itérative plutôt qu'à une méthode directe. La raison, qui motive ce choix, est que la solution varie généralement très peu d'un pas à l'autre. Comme les méthodes itératives partent d'une solution initiale pour obtenir une nouvelle solution, étant donné que celle-ci est proche de la solution suivante, peu d'itérations sont nécessaires. D'autre part si cette méthode est du genre Gradients Conjugués, elle nécessitera moins d'opérations de multiplications par itération que la résolution de Cholevsky, soit une fonction proportionnelle à la racine carrée du conditionnement de la matrice $[F]$.

Il est possible de gagner d'avantage en temps et en espace mémoire en adoptant différents artifices qui réduisent la taille de cette matrice par un préconditionnement approprié ou qui élimine complètement cette matrice en adoptant une technique de résolution élément par élément (EBE). Cette dernière s'est avérée si avantageuse au cours de ce travail qu'elle fut privilégiée dans le choix final d'un résolveur par Gradients Conjugués EBE.

3.2 FRONTIÈRE MOBILE

3.2.1 Méthode d'animation de la frontière

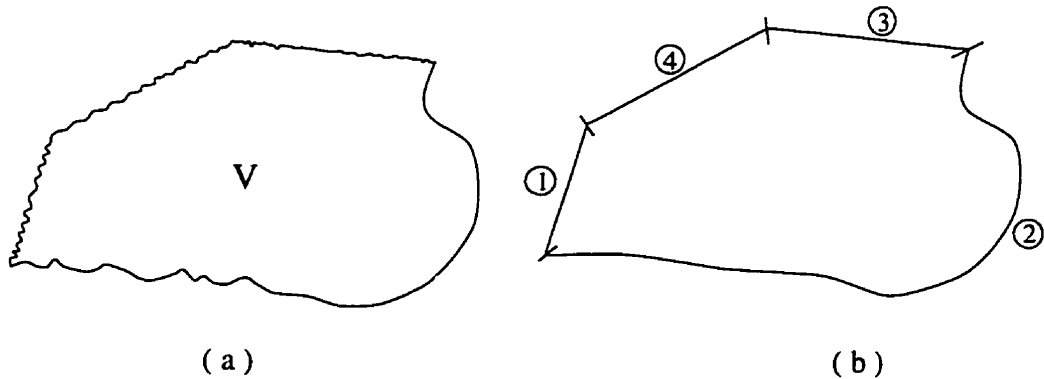


Figure 3.3: a) Modèle physique V b) Modèle CAO

Le volume physique \mathbf{v} de la figure 3.3a est modélisé à la figure 3.3b par un certain nombre d'entités géométriques qui définissent son périmètre. Ces dernières font usage d'une fonction mathématique \mathbf{p} appliquée sur une liste de points qui contrôlent la définition de la courbe. Les deux points extrêmes de la liste servent de bornes du début et de la fin de la courbe et sont définis comme étant des bornes de jonction. La courbe \mathbf{p} sera définie de façon paramétrique,

$$\mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{u}) \quad (3.6)$$

où le paramètre u est tel que: $\{u \in \mathbb{R} \mid u := [0.0, 1.0]\}$. La continuité des points sur chaque courbe et entre les courbes des frontières est la seule condition essentielle qu'il faut obligatoirement respecter lors de la modélisation de \mathbf{v} . L'étape suivante consiste à discrétiser ces entités CAO en un certain nombre de segments d'arcs de degré 'm' appelés facettes, déterminés par le type d'éléments utilisés pour générer le maillage.

En ayant recours à une formulation Euler-Lagrange, ça permet à la frontière de subir une déformation généralement causée par un phénomène relié à la physique du problème. Dans une application de perçage par laser, le déplacement de la frontière est dû au phénomène d'ablation d'une portion de volume. L'érosion qui progresse nécessite une adaptation du maillage qui tout naturellement s'effectue grâce au maillage mobile tel que décrit à la section précédente.

En maillage mobile, il est important de bien choisir la stratégie de déplacement de la frontière. Le déplacement peut s'activer de deux manières soit celui qui agit sur la frontière continue c'est-à-dire sur la CAO ou celui qui agit sur la frontière discrète donc obtenue à la suite d'un déplacement des facettes. Agir sur les entités géométriques comporte comme premier avantage que les noeuds qui reposent sur la frontière trouvent implicitement leur nouvelle position d'un pas de temps au pas de temps suivant. Par contre la transformation qu'il faut appliquer sur les entités pour qu'ils se déforment, peut

dans certains cas les obliger à passer à un ordre supérieur, comme c'est le cas par exemple lorsqu'un segment de droite doit subir une déformation locale.

Maintenant, si le déplacement de la frontière est activé directement sur les facettes et qu'il y a discontinuité de pente à un noeud de cette frontière, alors il y aura une indétermination associée à la direction et à la norme du vecteur vitesse de ce noeud. Cette indétermination peut être levée par un artifice particulier tel qu'une moyenne arithmétique des vitesses des deux facettes concernées. On pourrait également imposer une vitesse directement sur ces noeuds sans tenir compte du mouvement des facettes de la frontière. Cependant, cette façon n'est pas applicable à tous les problèmes et peut entraîner la dégénérescence d'une frontière par des inflexions ou autres aspérités.

Par ailleurs, lorsqu'une portion de la frontière a subi durant l'évolution du problème une grande déformation, la densité des noeuds sur cette portion de la frontière peut devenir inacceptable. On prévient cette lacune en permettant aux noeuds de glisser sur la frontière en simultané avec son déplacement. Encore une fois, il faut déterminer à quel niveau d'interpolation va s'orchestrer le glissement des noeuds durant l'analyse soit : directement sur la frontière discrétisée Γ ou sur les entités CAO.

3.2.2 Glissement des noeuds sur la frontière

Glisser les noeuds sur l'entité géométrique comporte comme premier avantage que pour les frontières statiques de Ω , l'information géométrique de la frontière ne risque pas de se perdre avec l'avancement de la solution dans le temps. Dans l'autre cas, une interpolation directement sur la frontière discrétisée Γ , entraîne parfois une déflexion de celle-ci vers l'intérieur de ses zones concaves, lorsque ses noeuds glissent à travers une zone de discontinuité comme en témoigne l'exemple de la figure 3.4. L'illustration (a) montre un cercle maillé grossièrement par seulement six éléments qui sont en rotation pure autour du point central 'g'. La vitesse de glissement des noeuds ayant été imposée au temps t^n directement sur les facettes a pour conséquence une perte de volume au temps t^{n+1} tel que montré à la figure 3.4b.

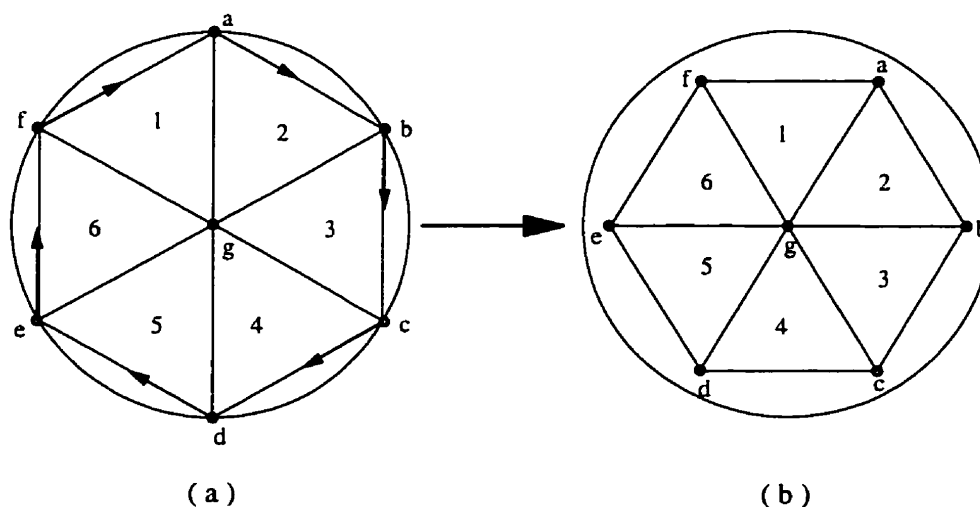


Figure 3.4: Glissement des noeuds sur la frontière discrète (facettes).

A la figure 3.4, on constate qu'il n'existe aucune façon de faire glisser les noeuds sur cette frontière sans qu'une perte de volume irréversible se manifeste. Par contre, cette même opération de glissement lorsqu'elle est effectuée sur l'entité géométrique circulaire de la figure 3.5 ne provoque pas cet effet.

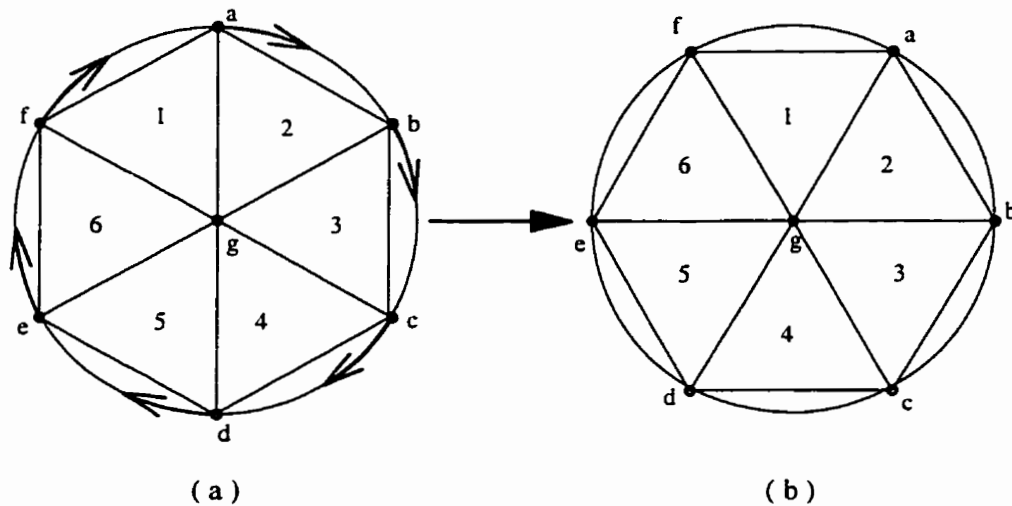


Figure 3.5 Glissement des noeuds sur la frontière continue (CAO)

3.2.3 Glissement des noeuds à travers une discontinuité de pente

Au cours d'une simulation, il peut y avoir des entités qui risquent de subir de grandes déformations ayant pour conséquence une densité de noeuds sur celle-ci devenue inacceptable. Chaque portion de la frontière décrite par une entité, peut rééquilibrer la taille de ses facettes en appliquant une technique de relaxation par point afin de répartir la contrainte du mouvement sur l'ensemble de cette frontière. Le facteur de relaxation peut comme la relation (3.3) faire intervenir un critère d'adaptativité quelconque servant à

minimiser une erreur constante par facette sur toute l'entité. En absence de ce dernier, le résultat sera de maintenir un ratio d'agrandissement des facettes constant par pas de temps.

Malgré l'application d'une technique de relaxation des noeuds sur chaque entité, le déplacement continu et progressif d'un front peut entraîner une compression excessive d'une frontière et même aboutir à son élimination. Il s'avère donc nécessaire de mettre en oeuvre un moyen de faire traverser, au moment opportun, des facettes d'une frontière vers sa voisine. La mise en application de ce concept implique de bien gérer les conditions de continuité à respecter aux bornes de jonction durant le passage. Deux approches différentes sont considérées.

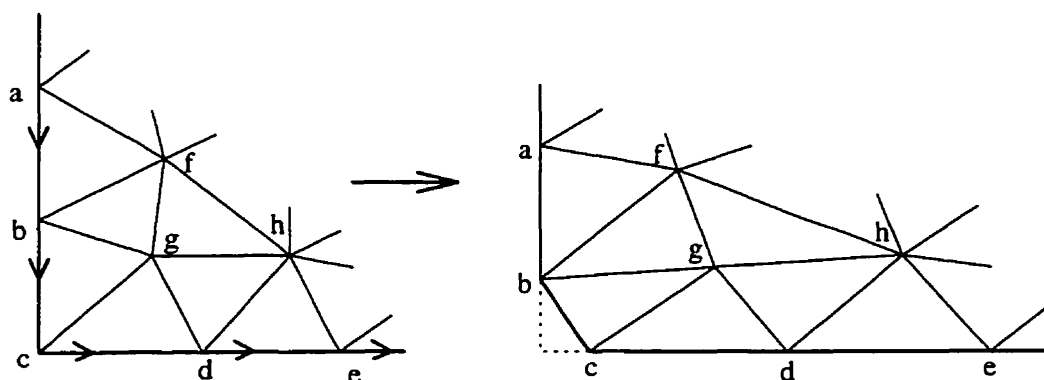


Figure 3.6: Première approche pour le transfert des facettes.

La première (figure 3.6) consiste tout simplement à laisser les noeuds glisser d'une frontière à l'autre sans aucune préoccupation quant à la direction de glissement. La

conséquence peut résulter en des pertes de volumes. En effet, dès qu'il n'y a pas continuité de pente entre deux frontières, il se produit une perte de volume qui ne pourra être révoquée plus tard, que si l'interpolation se fait au niveau de l'entité géométrique. D'autre part, si l'entité a subi une évolution durant l'analyse, il faut également s'assurer qu'elle n'est pas aussi la source d'une perte additionnelle de volume, causée par des caractéristiques trop petites devant une taille de l'élément devenue trop grande. Cette affirmation fait allusion à une discrétisation utilisant un type d'élément de degré insuffisant pour approximer la courbe correctement, comme par exemple l'utilisation d'éléments linéaires sur une frontière courbe.

D'autre part, si le glissement s'effectue directement sur Γ , en absence de continuité de pente, un arrondi va apparaître et se développer jusqu'à ce qu'une continuité de pente soit atteinte. Donc, il y aura continuellement une perte de volume. Puisque les pertes de volume apparaissent toujours sur les frontières et parce que la zone d'intérêt du perçage s'y trouve concentré, il faut l'éviter.

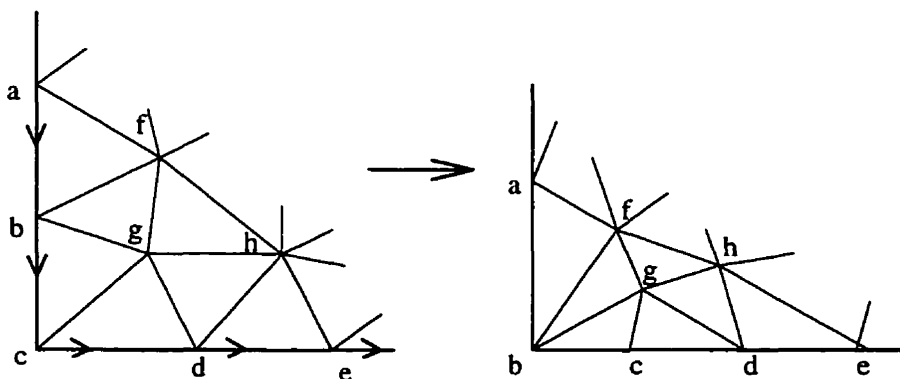


Figure 3.7: Deuxième approche pour le transfert des facettes.

La seconde approche élaborée permet de remédier à cet inconvénient en appliquant un transfert de facettes au travers d'un coin. Cela consiste à faire traverser une facette complètement dès qu'une condition de transfert est rencontrée en opérant le passage tel qu'illustré à la figure 3.7. De cette façon, les coins sont correctement représentés et il ne se produit aucune perte de volume causée par la troncature de coins.

Cette condition qui déclenche le transfert est basée sur le ratio de la taille de chaque facette par rapport à leur taille initiale. Donc dès qu'un ratio excède les valeurs limitrophes minimale et maximale préalablement choisies, alors la condition est atteinte. Par la suite, il faut déterminer de quel côté il est préférable d'effectuer le transfert. A première vue, il semblerait logique de choisir le côté qui présente la situation la plus complémentaire, c'est-à-dire que si une facette est devenue trop petite, elle ira sur la frontière ayant le plus grand ratio d'agrandissement.

Dans certaines circonstances, il peut arriver que le côté choisi engendre des cas de noeuds voisins animés d'une vitesse de direction presque opposée. Par exemple, pour la portion de frontière de la figure 3.8a, si le transfert des facettes est effectué en rotation horaire tel que montré, alors les noeuds 1 et 2 rencontrent la situation invoquée. Par contre une rotation antihoraire du mouvement des facettes tel que montré à la figure 3.8b peut être effectuée sans aucun problème.

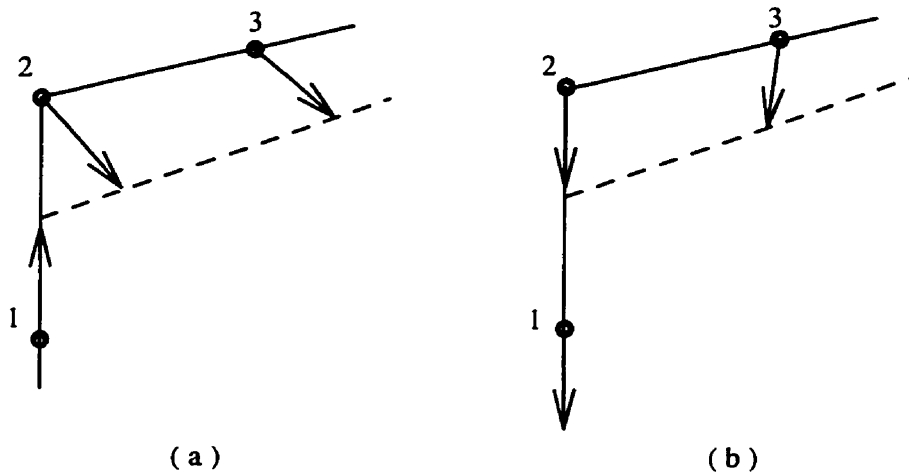


Figure 3.8: Problème associé au transfert de facettes.

Un mauvais choix de transfert peut parfois entraîner des écrasements d'éléments lors de la résolution du système diffusif (3.2). Cette difficulté est facilement contournée par un test de produit scalaire entre les vecteurs vitesses des deux noeuds pouvant prendre la position de la borne de jonction. En cas d'échec du test, on refait l'analyse pour l'autre extrémité de la frontière. Si le test est concluant, alors les facettes sont transbordées à cette autre extrémité. Dans la situation où les deux échouent, le meilleur cas est retenu.

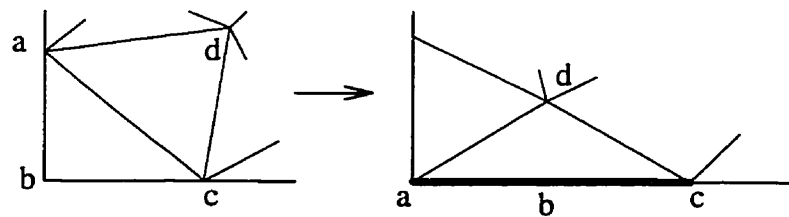


Figure 3.9: Disparition d'un élément lors d'un transfert de facettes

La figure 3.9 présente une configuration pour laquelle un transbordement ne peut pas se produire sans que l'élément de coin disparaisse dû au fait que ses trois noeuds seront

colinéaires, peut importe le sens de rotation du transfert. Dans cette éventualité, il faut empêcher le transfert. Or, on réalise que si tous les coins du maillage sont dans cet état, aucun transfert ne pourra s'effectuer avec pour conséquence une détérioration possible de l'*aspect ratio* des éléments. Pour ne pas être contraint par cette restriction, un retournement d'arête est suggéré (figure 3.10).

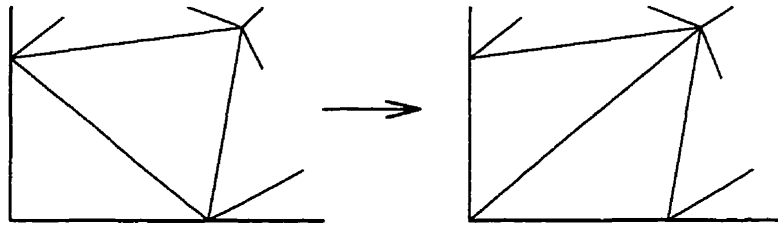


Figure 3.10: Retournement d'arête pour un coin non conforme.

3.2.4 Déplacement de la frontière sous l'effet de l'ablation

Pour revenir au contexte spécifique d'une simulation d'un perçage par laser, au départ à $t = t_0 = 0$, il n'y a aucun mouvement de la frontière. La zone exposée au flux de rayonnement, subit une élévation progressive de sa température. Durant cette phase de préchauffage, chaque frontière demeure statique. Par contre le maillage peut quand même se déplacer librement à l'intérieur du domaine ainsi que sur la frontière afin de maintenir une erreur uniforme si cela s'avère nécessaire. L'énergie totale $E(t)$ emmagasinée dans un élément de volume dV près de la surface se calcule comme suit:

$$E(t) = \int_{V(t)} \int_{T_0}^{T_f} \rho(T) [C(T) + \mu_s(t - t_1) L_f] dT dV \quad (3.7)$$

$$\text{avec } \mu_s(t - t_1) = \begin{cases} 0 : & T < T_f \\ 1 : & T \geq T_f \end{cases}$$

alors que L_f est la chaleur latente de fusion qui est introduite par la fonction échelon μ_s , au temps t_1 correspondant au moment de la fusion. Avec la progression de la solution dans le temps, dès que la température d'une facette dS de l'élément de volume dV atteint la température de fusion T_f , elle conservera cette température tant et aussi longtemps que les deux phases solide et liquide sont présentes. Cette condition met fin à la phase de préchauffage et sert de transition pour initier la phase d'érosion. Choisissons l'élément de volume dV comme étant la portion de matière qui subit une fusion durant un instant dt . Cela revient à établir une relation entre la variation de volume dV et une vitesse de la surface \bar{c} .

$$dV = \bar{c} dS dt \quad (3.8)$$

$$f(P) = \frac{dE(t)}{dt} \quad (3.9)$$

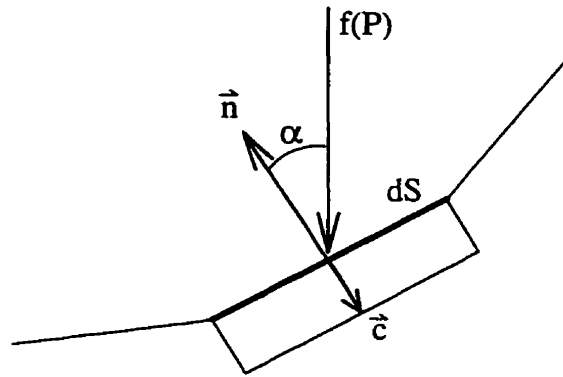


Figure 3.11: Vaporisation d'un élément de surface dS .

La vitesse d'érosion \bar{c} qui agit perpendiculairement à l'élément de surface dS s'active à l'instant t_1 correspondant au temps où la température de dS a atteint T_f . Il faut alors introduire une fonction échelon $\mu_s(t - t_1)$ pour marquer cette transition. Le calcul de cette vitesse est réalisé en remplaçant l'équation (3.8) dans l'équation (3.7) puis ensuite dans (3.9). Comme le flux d'énergie n'est pas appliqué nécessairement perpendiculaire à la surface (figure 3.11), il faut tenir compte de l'angle α entre le faisceau laser et la normale \bar{n} .

$$\bar{c} = \frac{\mu_s(t - t_1) f(P) \cos(\alpha)}{\int \rho(T) [C(T) + \mu_s(t - t_1) L_f] dS dT} \quad (3.10)$$

Le terme $f(P)$ est une fonction de la puissance qui dépend du mode spatial et temporel de la source laser. En accord avec l'hypothèse que le front de vaporisation coïncide avec le

front de fusion, l'intégration de l'énergie sur le petit élément de surface dS de l'équation (3.10) doit aussi inclure l'énergie nécessaire pour la vaporisation, ce qui nécessite l'ajout de la chaleur de vaporisation L_v .

$$\bar{c} = \frac{\mu_s(t - t_1) f(P) \cos(\alpha)}{dS \rho (L_f + L_v)} \quad (3.11)$$

Il arrive inévitablement que certaines facettes aient seulement un de leurs deux noeuds sommets qui se trouve dans la phase gazeuse. Il est donc préférable de considérer dS comme une demi-longueur appliquée de chaque côté du noeud ayant atteint la température requise. De cette manière pour une discrétisation constituée d'éléments linéaires chaque facette pourra avoir deux vitesses d'avance (\bar{c}_1, \bar{c}_2) . Aussi, parce que la formulation de la méthode numérique nécessite d'imposer la vitesse aux noeuds, il faudra calculer la vitesse d'un noeud frontière à partir de sa vitesse à droite \bar{c}_D et de sa vitesse à gauche \bar{c}_G . La vitesse de déplacement d'un tel noeud est calculée par une simple moyenne arithmétique.

La méthode de calcul de la vitesse des noeuds frontières pour suivre l'évolution du front d'érosion doit vérifier certaines conditions de symétrie et de type Dirichlet. Il faut également prévoir de ne pas se retrouver avec une facette dont la température est dans la phase gazeuse et porteuse d'une condition d'imperméabilité $\partial \bar{c} / \partial \bar{n} = 0$. Cela reviendrait

à avoir une portion de volume possédant suffisamment d'énergie pour se vaporiser, mais qui ne peut pas subir d'ablation. Par contre une facette peut être voisine immédiate d'une telle facette comme c'est le cas par exemple pour une frontière de symétrie, et elle doit avoir une vitesse résultante en accord avec cette restriction. En conséquence, lorsque cela se présente, il faut projeter la vitesse résultante sur la facette imperméable.

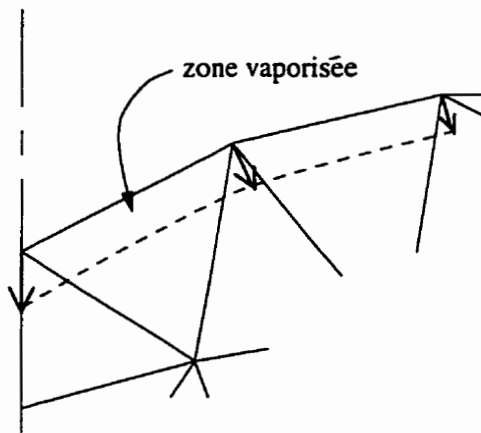


Figure 3.12: Vitesse des facettes en accord avec les conditions de symétrie.

Maintenant que les conditions de Neumann en vitesse perpendiculaire ont été évaluées, on obtient la condition nécessaire pour propager le mouvement du front à l'intérieur du maillage.

4.0 VÉRIFICATION DE LA FORMULATION

Ce chapitre présente les tests réalisés pour démontrer la validité de la formulation développée. Essentiellement il s'agit de simuler un problème stationnaire en utilisant un maillage mobile et de vérifier l'effet sur une solution de température uniforme. Le même essai est ensuite repris avec une distribution de température linéaire. Dans les deux cas, l'objectif visé est de montrer que la solution n'est pas affectée par le mouvement du maillage. Un troisième test a été réalisé pour vérifier la qualité de la formulation de maillage mobile à travers une solution transitoire.

4.1 ÉVALUATION DE L'ERREUR SUR UN MOUVEMENT CYCLIQUE

4.1.1 Température uniforme

Le problème suivant consiste à calculer un champ de température uniforme dans une plaque 2D dont la frontière du domaine est un cercle, animé par un mouvement cyclique. Le maillage est mis en mouvement par une vitesse de la frontière donnée par,

$$\bar{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{r}} \sin(t) \quad (4.1)$$

où t est le temps, \vec{r} est le vecteur position et \vec{v} est le vecteur vitesse. La relation (4.1) est la seule condition limite en vitesse imposée sur la frontière. Pour le champ de température une condition de Dirichlet de 25 °C est imposée sur cette même frontière. Le modèle 2D de la figure 4.1 constitué de 286 éléments et de 162 noeuds est utilisé afin de vérifier l'influence sur la solution, du mouvement cyclique d'un maillage non structuré.

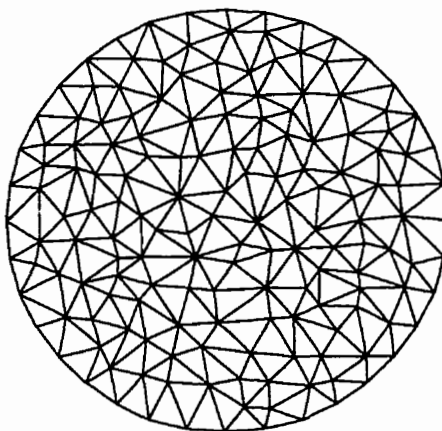


Figure 4.1: Maillage initial du premier test

Durant la simulation, une opération de lissage a été ajoutée afin d'améliorer la distribution des éléments. Le problème formé consiste maintenant à générer le vecteur $\{\bar{p}\}$ de l'équation (3.2) qui permet d'équilibrer les arêtes liant un noeud à ses voisins. Au cours d'une opération de lissage, le vecteur $\{\bar{p}\}$ est calculé à partir de la proximité d'un noeud par rapport au voisinage. Puisqu'il y a amélioration successive du maillage, son poids diminue en proportion pour finalement s'estomper. Après 1,25 seconde, le maillage

lissé de la figure 4.2 est obtenu. A cet instant, le terme source transitoire $\{\bar{p}\}$ ayant disparu, on se retrouve avec une équation de Laplace.

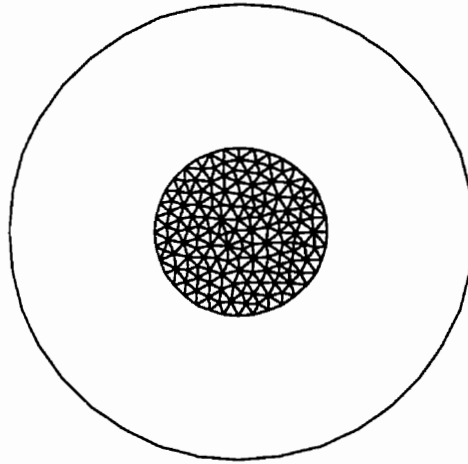


Figure 4.2: Maillage final après lissage et 50 cycles.

Après 50 cycles de $2\pi t$ secondes à des pas de temps constant de $\pi \times 10^{-3}$ seconde, la norme de l'erreur de la solution calculée par rapport à la solution exacte est égale au zéro de la machine. Cette expérience a été reprise en omettant le terme des flux de convection du maillage de l'équation (2.24) et bien entendu, il n'a pas permis de maintenir la solution exacte. Cela démontre que ce terme de convection est essentiel dans la formulation pour le traitement du maillage mobile.

Des essais avec un pas de temps plus grand ont également conduit au même résultat. En fait le pas de temps critique calculé par les relations (2.28) et (3.5) est relativement grand dans le cas d'une solution uniforme, car la localisation du noeud dans son volume de

contrôle n'entraîne pas d'effet puisque dans le calcul des flux, il y a seulement l'aire des volumes de contrôle qui est variable. Cela permet peut-être d'expliquer pourquoi l'ajout d'un lissage ne produit aucun effet sur la solution.

4.1.2 Gradient thermique constant

Le deuxième test est identique sauf que le champ de température est linéaire. L'objectif est aussi de montrer que le mouvement du maillage n'affecte pas la solution. La relation (4.2) définit la solution exacte en température pour chaque point i du système.

$$T_i = T_0 + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot Y_i \quad (4.2)$$

Dans (4.2), l'ordonnée à l'origine T_0 est une constante choisie arbitrairement. Y_i représente la coordonnée Y du noeud i alors que $\partial T / \partial y$ est la composante y du gradient de température.

Cette relation sert également au calcul de la condition de Dirichlet en température aux noeuds. La solution initiale est choisie exacte. Les conditions limites de vitesses sont les mêmes que pour l'exemple précédent. Dans un premier test on utilise une solution avec $\nabla_y T = 1000$ ($^{\circ}\text{C} / \text{m}$) avec un $T_0 = 2000$ $^{\circ}\text{C}$. Sur le graphique de la figure 4.3, on constate que ce gradient provoque une impulsion de la norme de l'erreur du champ de

température par rapport à la solution exacte durant les premiers cycles du mouvement du maillage. Les oscillations dans la réponse correspondent aux cycles atteignant des valeurs maximums quand le vecteur vitesse $\{\bar{v}\}$ est maximum. Ce test est également réalisé sur un maillage fixe dont la réponse est montrée sur le graphique de la figure 4.4.

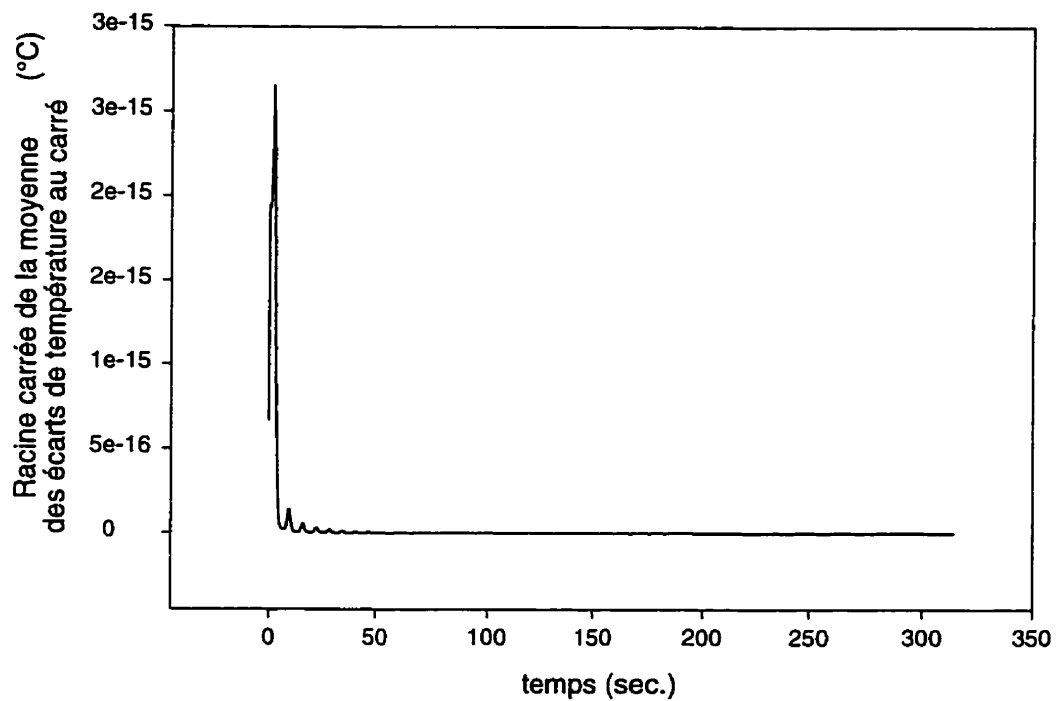


Figure 4.3: Évaluation d'erreur en maillage mobile pour $T_y = 1000$ (°C/m).

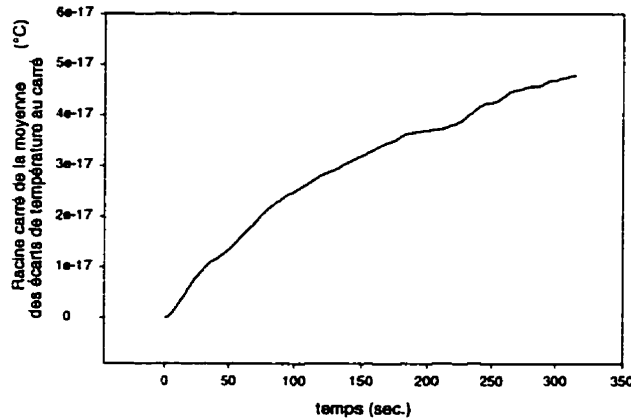


Figure 4.4: Évaluation d'erreur en maillage fixe pour $T,y = 1000$ (°C/m).

Le second test utilise une valeur du gradient $T,y = 1,0e^9$ (°C/m) qui est de l'ordre de grandeur que l'on peut rencontrer dans un problème de perçage par laser. Le graphique de la figure 4.5 montre l'évolution de l'erreur en fonction du temps pour un tel gradient en maillage mobile. La racine carrée de la moyenne des écarts de température au carré présente encore une impulsion au démarrage qui a cependant subit une légère augmentation en proportion avec l'augmentation du gradient, en passant de 10^{-15} °C à 10^{-3} °C. Compte tenu que le gradient dans le second test est 10^6 fois supérieur au premier test, alors le calcul de l'écart maximum à l'impulsion divisé par le gradient de température pour une longueur caractéristique, donne un ratio de $1,1e^{-18}$ pour le premier test et de $7,93e^{-12}$ pour le second

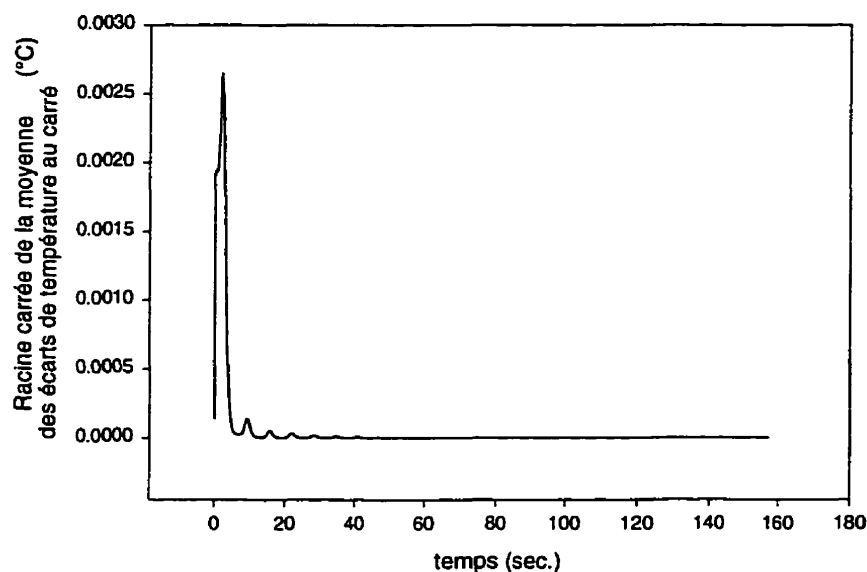


Figure 4.5: Évaluation d'erreur en maillage mobile pour $T_y = 1,0e^9$ (°C/m).

L'erreur demeure bornée indépendamment du gradient. Lorsqu'une opération de lissage est utilisée, il y a amélioration de l'erreur jusqu'à un certain seuil au-delà duquel il y a stabilisation (figure 4.3 et 4.5). Par contre sans lissage, il se produit une petite perte de précision qui finit aussi par se stabiliser (figure 4.4) mais à une valeur moins précise que le même problème avec lissage et par surcroît en maillage mobile.

Plusieurs analyses ont été réalisées dans le but d'identifier les causes de l'impulsion survenant au début de la simulation. La conclusion est qu'il s'agit de la sensibilité des volumes finis à la position du noeud dans son volume de contrôle. En effet, la solution utilisée pour effectuer le premier pas de temps est exacte, comme le montre l'erreur

initiale relativement faible, mais qui croît rapidement durant les premiers pas de temps surtout en maillage mobile. Cette erreur est reliée à la position des noeuds qui ne sont pas au centre de gravité de leur volume de contrôle. Pour vérifier cette hypothèse, on a refait l'analyse en maillage mobile avec une solution linéaire $T,y = 1,0e^9$ (°C/m) sur un nouveau maillage dont tous les noeuds ont été soigneusement placés au centre de leur volume de contrôle. Le résultat obtenu montre encore la présence d'une petite impulsion initiale mais considérablement plus faible qu'auparavant soit de l'ordre de 10^{-12} .

Ces tests permettent d'attribuer une certaine confiance en la validité de la méthode en régime permanent, ce qui ne garantit pas le succès de la méthode lorsque la solution est transitoire.

4.2 ANALYSE THERMIQUE TRANSITOIRE EN MAILLAGE MOBILE

L'exemple suivant est utilisé pour valider la capacité de la formulation de maillage mobile dans l'analyse d'une solution transitoire. Il s'agit de la modélisation de l'évolution du champ de température d'une grande plaque dont la température initiale est de 20 °C et à laquelle on applique soudainement une température de 40 °C sur une de ses faces.

En prenant des dimensions élevées par rapport à la section de la plaque, le comportement thermique peut être considéré comme étant celui d'un corps semi-infini. La modélisation

illustrée à la figure 4.6 peut se faire avec une condition adiabatique sur toutes ses faces à l'exception de la surface 4 où on impose une condition de Dirichlet $T_s=40\text{ °C}$.

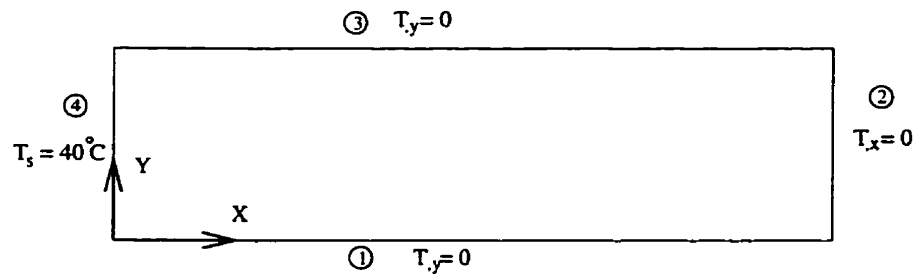


Figure 4.6: Conditions limites thermiques.

Le domaine de calcul de la figure 4.7 a une longueur de 12 mm avec une épaisseur de 3 mm et est constitué de 710 noeuds formant 1298 éléments triangulaires à 3 noeuds.

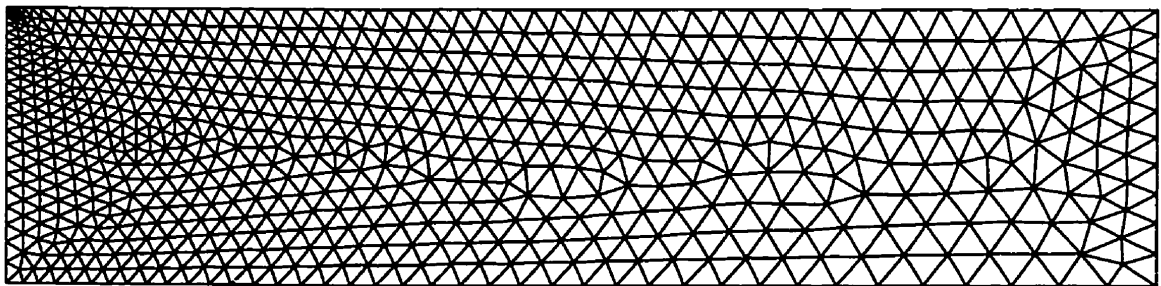


Figure 4.7: Maillage 2D d'une partie de la plaque

Une solution exacte existe pour ce modèle et elle est utilisée à chaque incrément de temps pour calculer la racine carrée de la moyenne des écarts de température au carré.

$$T_{(x,t)} = T_s - (T_s - T_i) \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2 \sqrt{\frac{kt}{\rho C_p}}} \right) \quad (4.5)$$

$$T(x=0,t) = T_s \quad 0 \leq t$$

avec k le coefficient de conduction thermique, ρ la densité, C_p la chaleur spécifique alors que **erf** est la fonction d'erreur.

On applique à l'extrémité du modèle une vitesse sinusoïdale telle que montrée sur la figure 4.8. La fonction vitesse \vec{v} est définie par l'équation (4.3)

$$\vec{v} = -5 \sin(t_{vit}) \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} \quad (4.3)$$

d'où t_{vit} est une marche dans le temps différente de celle de l'analyse thermique. Une condition de glissement de type Neumann est appliquée sur les autres faces. On peut utiliser deux temps différents, puisque le mouvement du maillage n'est pas rattaché à la physique du problème. De ce fait un pas de temps dt_{vit} peut aussi différer de celui de l'analyse thermique et a été choisi constant et égal à 0,01 seconde.

$$t_{vit}^1 = t_{vit}^0 + dt_{vit} \quad (4.4)$$

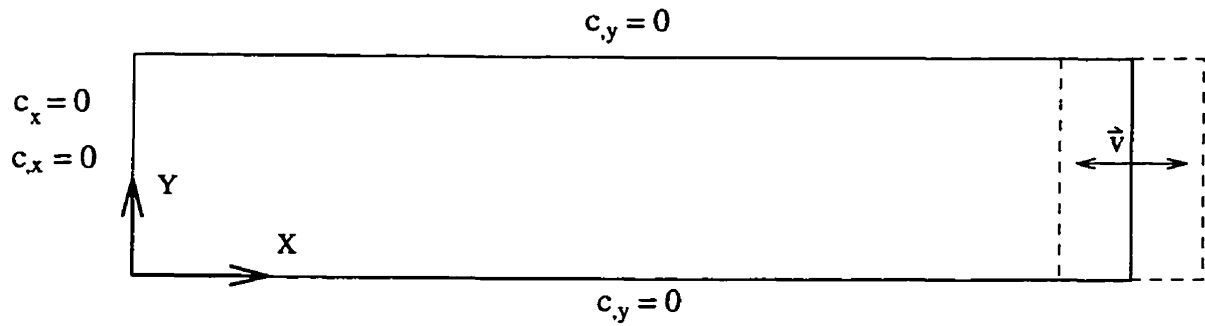


Figure 4.8: Conditions limites de vitesse.

Malgré la bonne répartition du maillage initial, une fonction de lissage donnée par le vecteur $\{\bar{p}\}$ de l'équation (3.2) est aussi utilisée pour ce modèle. La distribution de la température obtenue après $1,46 \times 10^{-3}$ seconde est montrée à la figure 4.9 par 20 isothermes.

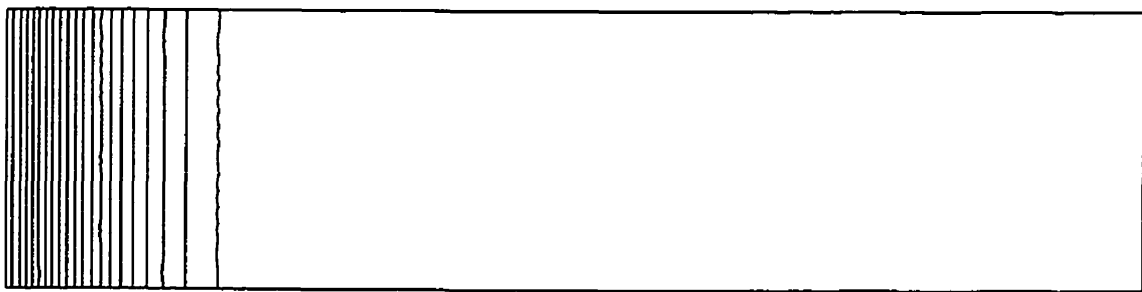


Figure 4.9: Distribution de la température après $1,46 \times 10^{-3}$ secondes.

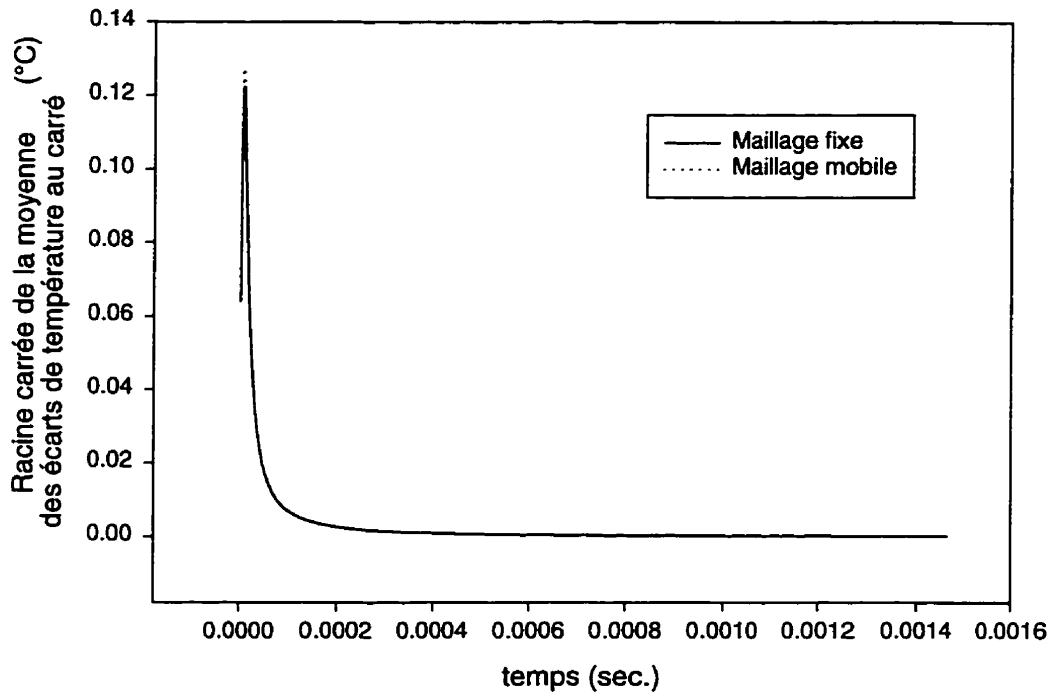


Figure 4.10: Évaluation d'erreur pour une analyse transitoire.

Le graphique de la figure 4.10 donne la moyenne des écarts carrés de température calculée par rapport à la solution analytique exacte. Le même problème a été résolu sur un maillage mobile représenté par la courbe en traits pointillés de la figure 4.10 et sur un maillage fixe représenté en trait continu sur la même figure. La différence entre les deux courbes est à peine perceptible. L'écart entre les deux courbes est plus significatif au départ lors de l'impulsion, et où le maillage fixe donne une solution de 9,37% plus

proche de la solution exacte. Par contre cette différence s'estompe rapidement pour finalement ne représenter qu'un mince avantage de $1,3 \times 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}$ après 0,00146 seconde.

Au fur et à mesure que l'analyse avance dans le temps, le champ de température progresse d'une extrémité vers l'intérieur de la plaque. Parce que l'opérateur linéaire ∇ de l'équation de Poisson (3.2) utilisé pour diffuser le maillage répartit le champ de vitesse linéairement sur tout le domaine, alors la norme des vitesses se trouve à être maximum à droite du modèle et minimum à gauche qui correspond à la zone de forts gradients de température. En conséquence, il est normal de croire que l'augmentation du gradient de température qui progresse vers la zone de vitesse maximum introduise une détérioration de la solution. Or, le graphique de la figure 4.10 montre que cette moyenne des écarts au carré diminue continuellement. En fait, dans ce cas-ci l'erreur au départ est associée à un certain temps de stabilisation qui est nécessaire pour toute analyse numérique transitoire qui démarre avec une impulsion comme c'est le cas dans ce problème-ci. Le problème d'impulsion rencontré dans la section précédente intervient aussi, mais puisqu'il est nettement plus faible que l'impulsion transitoire de la solution, il n'apparaît pas sur le graphique 4.10. Un pas de temps constant de 2×10^{-7} secondes a été utilisé pour le calcul.

La physique de ce problème est unidimensionnel (équation 4.5), alors que l'analyse numérique réalisée est bidimensionnelle. On constate que les isothermes de la figure 4.9 sont bien verticaux, ce qui implique que la formulation intègre correctement les flux sur les volumes de contrôle surtout que le maillage est non structuré et mobile.

5.0 SIMULATION NUMÉRIQUE D'UN PERÇAGE

5.1 DÉFINITION DU MODÈLE

Ce chapitre présente l'aboutissement de ce travail, c'est-à-dire, la simulation numérique du perçage par laser d'une plaque de 3 mm. Le modèle illustré à la figure 5.1 représente la situation où la plaque est exposée à un flux laser en mode continu avec les conditions frontières pour le problème thermique. Le modèle utilisé est axisymétrique puisque l'axe de perçage rend cette analyse possible et fort avantageuse en temps de calcul par rapport à une analyse 3D solide. À la figure 5.2, le domaine de calcul possède 2975 éléments à trois noeuds constituant un modèle de 1621 noeuds. La densité initiale du maillage a été répartie en concentrant les noeuds dans le voisinage de la zone d'ablation.

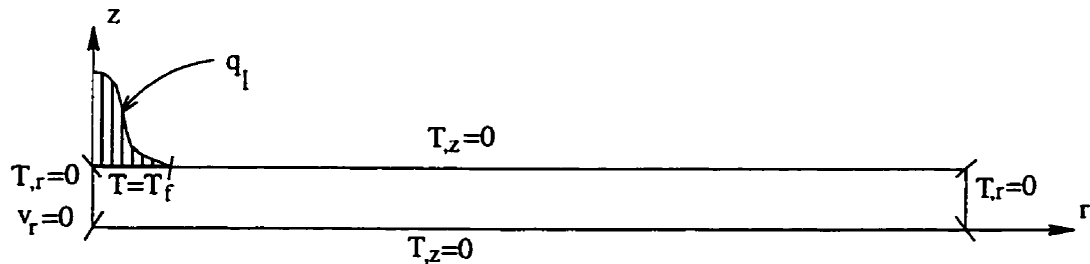


Figure 5.1: Conditions limites en perçage axisymétrique

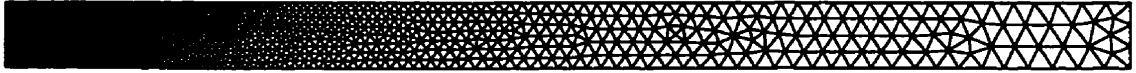


Figure 5.2: Maillage initial du modèle de la plaque à percer.

Les caractéristiques de rayonnement du laser utilisé pour cette simulation sont une puissance d'intensité maximale de 500W en mode continu focalisée sur une surface d'exposition de 0,5 mm de rayon avec un profil Gaussien. La longueur d'onde utilisée est de 10,6 μm soit celle correspondant à un laser CO_2 .

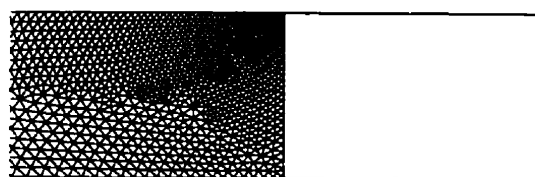
L'utilisation d'un laser en mode continu pour effectuer une opération de perçage, n'est pas facilement réalisable, puisque le matériel fondu ne peut pas être évacué du fond du cratère d'érosion. Un laser en mode pulsé avec ou sans mouvement de *trepanning*, constitue le standard idéal pour évacuer par des micro-explosions le matériel fondu et non vaporisé pouvant s'accumuler au fond du cratère. Un tel mode n'a pas été utilisé dans cette analyse, simplement parce qu'en mode pulsé le transfert de chaleur avec l'environnement externe à la plaque par convection et par radiation est beaucoup plus complexe à modéliser étant donné qu'ils sont tributaires de la génération du plasma. Pour

fins de cette étude visant le développement d'une technique de maillage mobile, nous avons fait l'hypothèse du mode continu.

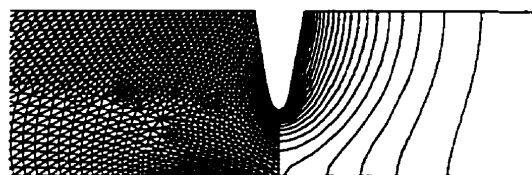
Par contre les propriétés du matériau utilisé (acier inoxydable A304) nécessaire à l'analyse soit $C_p(T)$, $k(T)$ et $Abs(\lambda, T)$ ont été calculées en fonction des paramètres qui les influencent soit la longueur d'onde et la température pour l'absorptivité spectrale et la température seule pour la conductivité et la chaleur spécifique. Leurs valeurs tirées de [39] sont données à l'annexe I.

Conformément aux hypothèses présentées à la section 2.2, on suppose que l'énergie reçue est suffisante pour fondre et vaporiser simultanément la matière. Dans ce cas on utilise la chaleur de vaporisation et de fusion pour déterminer l'avance du front d'érosion dont la valeur utilisée est $L_v = 3,9 \times 10^6$ joules/kg. Le temps requis pour atteindre l'autre côté de la plaque est de 1,46 seconde. Le pas de temps utilisé est $dt = 1 \times 10^{-5}$ seconde.

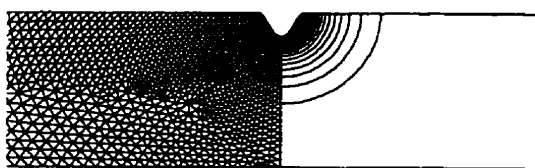
La figure 5.3 montre du côté gauche de l'axe de perçage l'évolution du maillage et sa solution exprimée par 20 isothermes sur son côté droit. On montre l'évolution temporelle à des intervalles de temps de 0,18 seconde.



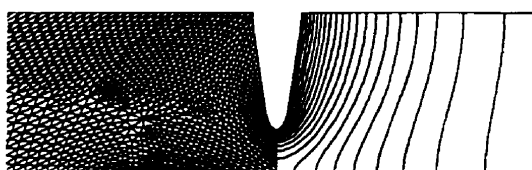
0,20 s.



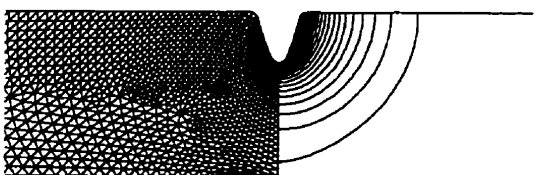
0,92 s.



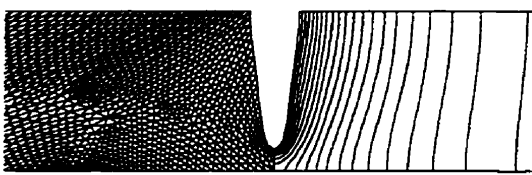
0,38 s.



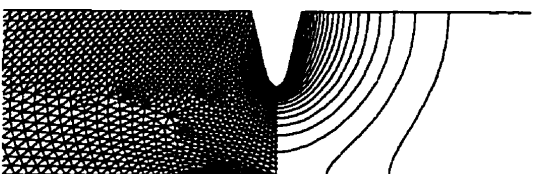
1,10 s.



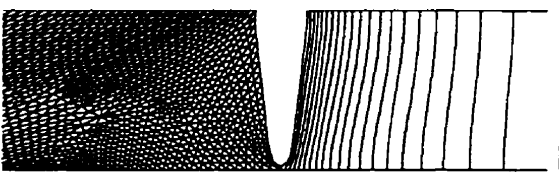
0,56 s.



1,28 s.



0,74 s.



1,46 s.

Figure 5.3: Évolution du maillage et de sa solution par incrément de 0,18 seconde.

On constate que durant les premiers 0,20 seconde l'érosion a progressé légèrement moins vite que durant les étapes suivantes, étant donné qu'une phase de préchauffage à partir d'une température uniforme de 20 °C sur tout le domaine a été nécessaire avant d'atteindre la température de fusion de $T_f = 1397$ °C.

Une autre constatation visible sur la figure 5.3, concerne le glissement des noeuds sur les frontières. On peut s'apercevoir que le glissement s'effectue toujours dans le même sens afin d'éviter que la géométrie de certains éléments ne dégénèrent.

5.2 COMPARAISONS AVEC LA LITTÉRATURE

Kim et Majumdar (1995) ont réalisé une simulation 2D par éléments finis d'un rainurage par laser en mode continu. Ils présentent des résultats plutôt qualitatifs sur la profondeur de coupe en fonction de la vitesse d'avance de la source ainsi qu'une paramétrisation de l'erreur relative obtenue à partir des différentes densités du maillage montré à la figure 5.4. Ils réalisent d'abord une simulation avec une vitesse d'avance nulle qu'ils reproduisent sur quelques degrés de raffinement du maillage afin de montrer l'amélioration de la définition du cratère avec l'augmentation de la densité du maillage. Cette première analyse avec une vitesse $U=0$ revient à simuler un cas de perçage. Un nouveau maillage avec une nouvelle solution est calculé à chaque pas de temps par interpolation linéaire.

Leurs analyses sont réalisées sur une formulation non dimensionnelle. Malgré qu'ils fournissent les valeurs des principaux paramètres non dimensionnels utilisés, puisque certains de ces paramètres contiennent des propriétés variables en fonction de la température et que d'autres dépendent de la température d'évaporation alors que le matériau est inconnu, ils n'offrent pas la chance de reprendre leurs analyses pour fin de comparaisons. Cependant, ils mentionnent utiliser une hauteur de maillage égale à 2,5 fois le rayon du laser ainsi qu'une largeur égale à 8 fois le même rayon. Le mode spatial de la source est Gaussien de puissance non mentionnée et ils supposent les propriétés du matériau constantes.

De plus, ils ne présentent aucune comparaison de leurs résultats ni avec d'autres chercheurs ni avec des valeurs expérimentales mais obtiennent quant même pour le cas $U=0$ une distribution de température (figure 5.5) similaire à celle obtenue à $t = 1,10$ s. à une profondeur de coupe comparable. On réalise toutefois qu'ils ne pouvaient pas vraiment réaliser une rainure plus profonde comme nous avons pu le faire étant donné qu'en absence d'une méthode d'adaptation de maillage plus sophistiqué, ils auraient obtenu des éléments trop cisailés, entraînant des erreurs importantes dans la résolution.

Leur front d'évaporation est obtenu au temps t^{n+1} par interpolation suivant l'axe des Z de la température d'évaporation sur la solution au temps t^n . Cela implique qu'au temps t^{n+1} il y a toujours une portion de matière vaporisée qui demeure solide, ce qui ne leur permet

pas de déterminer avec précision la position instantanée du front de vaporisation. Une technique de front mobile comme celle que nous avons développée au chapitre 3.0 aurait évité cet inconvénient.

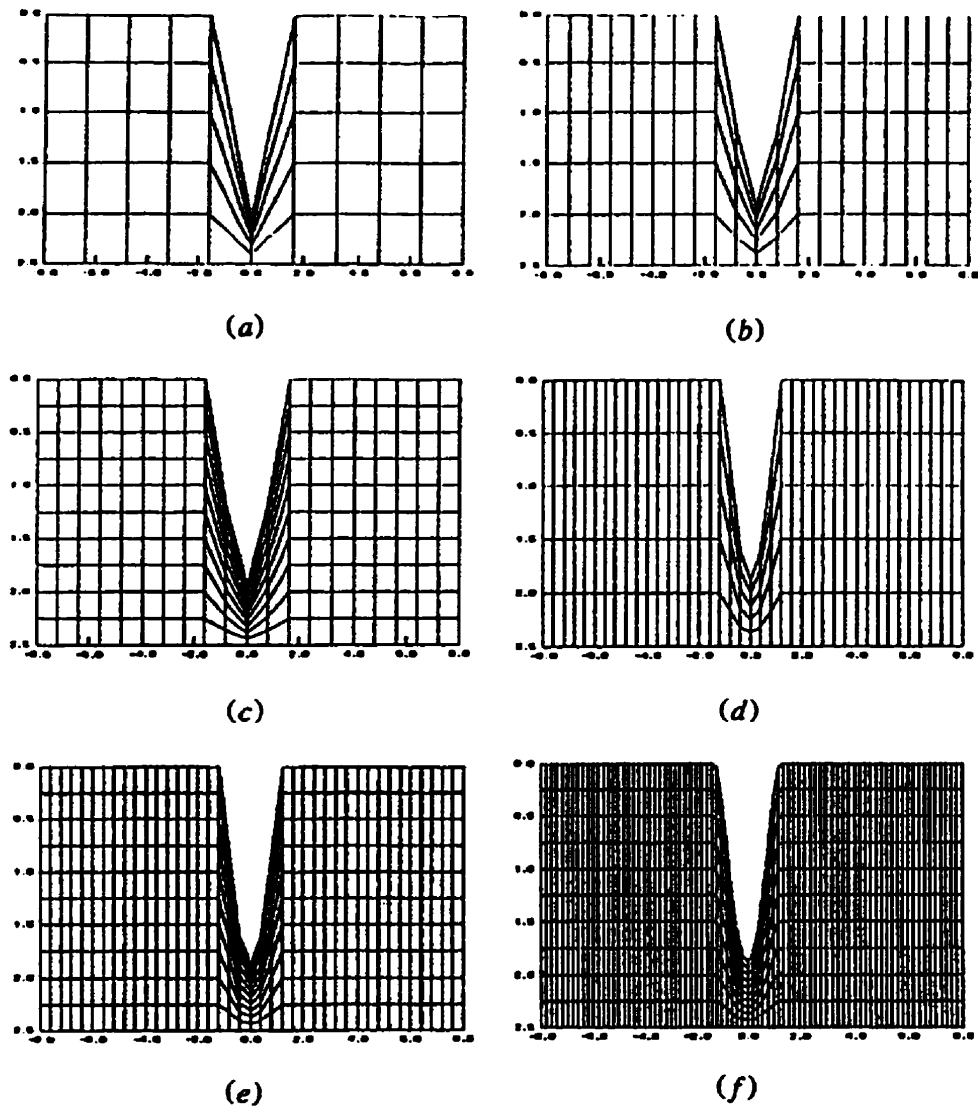


Figure 5.4: Diverse densité de maillage tiré de Kim et Mujumdar (1995) [31]

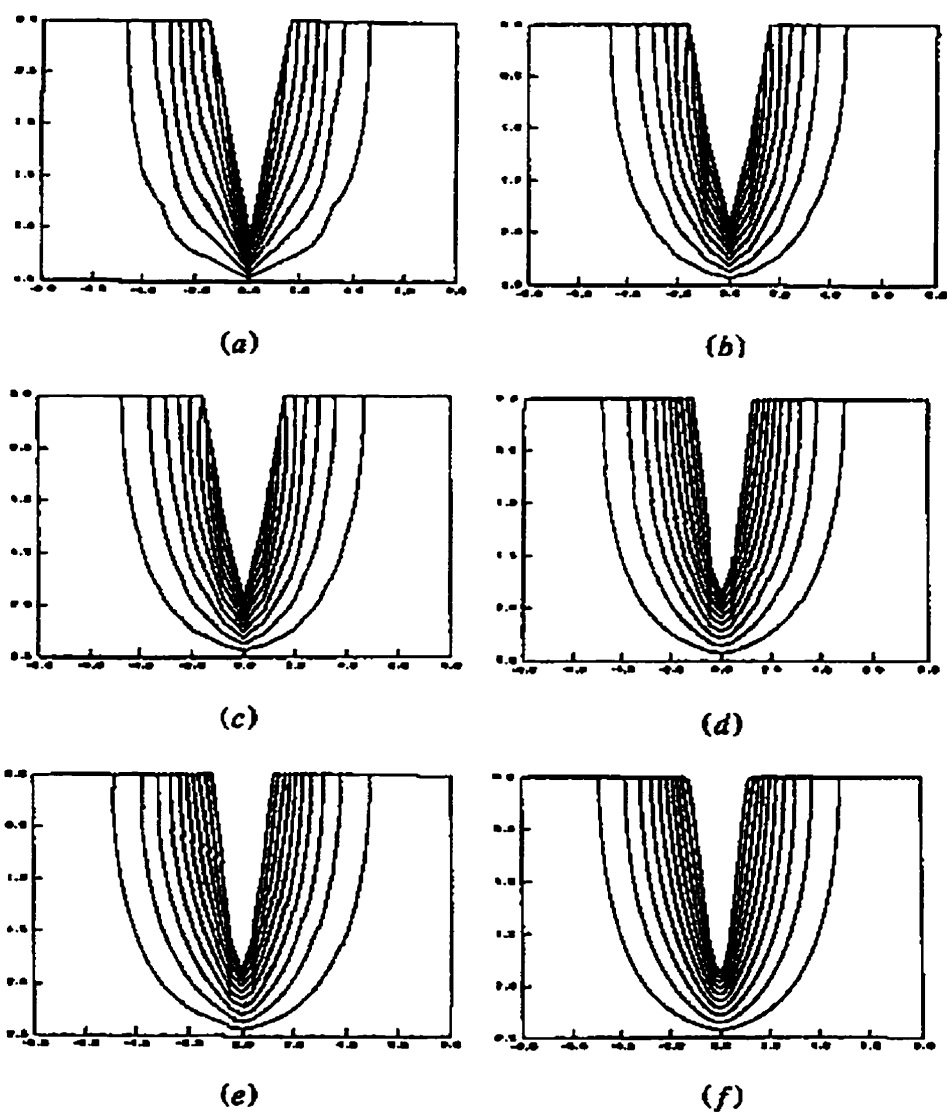


Figure 5.5: Solution réciproque des maillages de Kim et Majumdar (1995) [31]

CONCLUSION

La modélisation numérique d'un perçage par laser offre un support appréciable dans la détermination de ses paramètres de coupe tels que décrits à la section 1.2. Pour bien modéliser le front durant la simulation, il fallait d'abord établir une technique d'adaptation du maillage et de sa solution. Recourir à une technique de maillage mobile plutôt qu'à des techniques d'adaptation conventionnelles, permet une utilisation plus efficace de la ressource de calcul. Il a été démontré que le mouvement du maillage n'affecte pas la solution si on formule correctement le problème expliqué.

Éventuellement, d'autres considérations devront être ajoutées afin d'approcher davantage la simulation réelle du procédé, comme par exemple l'ajout du plasma et de ses répercussions. Le modèle axisymétrique jusqu'alors utilisé pour la simulation est suffisant pour montrer la fonctionnalité et l'avantage certes du maillage mobile dans la simulation d'un perçage par laser. Toutefois, l'ajout des effets gazeux et du plasma font que l'écoulement au-dessus de la pièce à percer n'est plus forcément symétrique et nécessite donc l'utilisation d'un modèle tridimensionnel. Le passage du modèle axisymétrique vers un modèle 3D est tout à fait naturel et réalisable, et devrait donc faire l'objet d'un prochain travail. Il permettra également de traiter des cas de sources irradiantes non symétriques avec des conditions de perçage également non symétriques comme par exemple; le perçage incliné. La divergence du faisceau laser pourra aussi être prise en compte ainsi qu'un nombre important de petites déviations de nature non symétriques.

BIBLIOGRAPHIE

1. TREPANIER J.Y., REGGIO M., ZHANG H., CAMARERO R., (1991), A finite-volume method for the Euler equations on arbitrary Lagrangian-Eulerian grids, Computers Fluids, 20, No 4, 399-409.
2. CHRYSSOLOURIS G., (1990), Laser Machining, theory and practice, Springer-Verlag, New York, 274 pages.
3. POWELL J., (1993), CO₂ Laser Cutting, Springer-Verlag, New York, 246 pages.
4. ARATA Y., MIYAMOTO I., (1972), Some fundamental properties of high power laser beam as a heat source (report 2) - CO₂ laser absorption characteristics of metal, Transaction Japanese Welding Society, 3, No 1, 152-162.
5. ARATA Y., MARUO H., MIYAMOTO I., Takeuchi S., (1981), Improvement of cut quality in laser-gaz-cutting stainless steel, Proceedings of the first international laser Processing Conference.
6. MAZUMDER, J., STEEN, W.M., (1980), Heat transfer model for cw laser material processing, J. Appl. Phys., 51, 941-947.

7. VICANEK, M., SIMON, G., URBASSEK, H.M., DECKER, I., (1987), Hydrodynamical instability of melt flow in laser cutting, J. Appl. Phys., 140-145.
8. KLEIN, T., VICANEK, M., KROOS, J., DECKER, I., SIMON, G. (1994), Oscillations of the keyhole in penetration laser beam welding. J. Phys. D: Appl. Phys., 27, 2023-2030.
9. CHRYSSOLOURIS, G., BREDET, J., KORDAS, S., WILSON, E., (1988), Theoretical aspect of a laser machine tool, Transaction of ASME, J. Eng. For Industry, 110, 65-70.
10. YILBAS, B.S., (1987), Study of affecting parameters in laser hole drilling of sheet metals, Transaction of ASME, J. Eng. Materials and Technology, 109, 282-287.
11. YILBAS, B.S., SAHIN, A.Z., (1994), Laser pulse optimization for practical laser drilling, Optics and Lasers in Eng., 20, 311-323.
12. KINKE B.R., KAPADIA P.D., DOWDEN J.M., (1990), A fundamental plasma based model for energy transfer in laser material processing, J. Phys. D: Appl. Phys., 23, 643-654.

13. DOWDEN J., CHANG W.S., KAPADIA P., STRANGE C., (1991), Dynamics of the vapour flow in the keyhole in penetration welding with a laser at medium welding speeds, J. Phys. D: Appl. Phys., 24, 519-532.
14. DOWDEN, J., KAPADIA, P., (1995), A mathematical investigation of the penetration depth in keyhole welding with continuous CO₂ lasers, J. Phys. D: Appl. Phys., 28, 2252-2261.
15. ZHANG, H., REGGIO, M., TRÉPANIÉ, J.Y., CAMARERO, R., (1993), Discrete form of the GCL for moving meshes and its implementation in CFD schemes, Computers Fluids, 22, No 1, 9-23.
16. ILINCA A., (1994), Calcul des écoulements compressibles tridimensionnels sur des maillages en mouvement et adaptatifs, Thèse de Doctorat, École Polytechnique de Montréal., 200 pages.
17. SCHVAN, P., THOMAS, R.E., (1985), Time-dependant heat flow calculation of cw laser-induced melting of silicon, J. Appl. Phys., 57, 4738-4741.
18. CLINE, H.E., ANTHONY, T.R., (1977), Heat treating and melting material with a scanning laser or electron beam, J. Appl. Phys., 48, 3895-3900.

19. MILLER K., MILLER R.N., (1981), Moving Finite Elements I, SIAM Journal of Numerical Analysis, 18, No 6., 1019-1032.
20. MILLER K., (1981), Moving Finite Element II, SIAM Journal of Numerical Analysis, 18, No 6., 1033-1057.
21. ODEN T.J., STROUBOULIS T., DEVLOO P., (1986), Adaptative Finite Element Methods for the Analysis of Inviscid Compressible Flow: Part I. Fast Refinement/Unrefinement and Moving Mesh Methods for Unstructured Meshes, Computer Methods in Applied Mechanic and Engineering, 59, 327-362.
22. REGGIO M., TRÉPANTIER J.Y., ZHANG H., CAMARERO R., (1992), Numerical Simulation of the Gaz Flow in a Circuit-Breaker, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 34, 607-618.
23. THOMAS P.D., LOMBARD C.K., (1978), Geometric Concervation Law and Its Application to Flow Computations on Moving Grids, AIAA Journal, 17, No. 10, 1030-1037.
24. SCHULZ, W., BECKER, D., FRANKE, J., KEMMERLING and HERZIGER, G., (1993), Heat conduction losses in laser cutting of metals, J. Phys. D: Appl. Phys., 26, 1357-1363.

25. SPARKS M., (1976), Theory of laser heating of solid: Metals, Journal of Appl. Phys., 47, No. 3, 837-849.
26. READY, J.F., (1965), Effects due to absorption of laser radiation, J. Appl. Phys., 36, 462-468.
27. LI F., SONG Y., YANG K., LIU S., LI C., WU Y., ZUO X., YU C., ZHU P., (1997), Journal of Appl. Phys., 82, No. 5, 2004-2006.
28. BRUGGER, K., (1972), Exact solutions for the temperature rise in a laser-heated slab, J. Appl. Phys., 43, 577-583.
29. XU X., SONG K.H., (1997), Radiative Transfer in Pulsed-Laser-Induced Plasma, Journal of Heat Transfer, 119, 502-508.
30. COLLA, T.J., VICANEK, M., SIMON, G., (1994), Heat transport in melt flowing past the keyhole in deep penetration welding, J. Phys. D: Appl. Phys., 27, 2035-2040.
31. KIM M.J., MAJUMDAR P., (1995), Computational model for high-energy laser-cutting process, Numerical Heat Transfer Part A, 27, 717-733.

32. EL-ADAWI, M.K., ELSHEHAWAY, E.F., (1986), Heating a slab induced by a time-dependent laser irradiance-An exact solution, J. Appl. Phys., 60, 2250-2255.
33. VICANEK, M., SIMON, G., (1987), Momentum and heat transfer af an inert gas jet to the melt in laser cutting, J. Phys. D: Appl. Phy., 20, 1191-1196.
34. MODEST, M.F., ABAKIAN, H., (1986), Evaporative cutting of a semi-infinite body with a moving CW laser, Transaction of the ASME, J. Heat Transfert, 108, 602-607.
35. LOHNER R., (1989), Adaptive remeshing for transient problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 75, p. 195-214.
36. TRÉPANIER J.Y., REGGIO M., PARASCHIVOIU M., CAMARERO R., (1993), Unsteady Euler solutions for arbitrarily moving bodies and boundaries, AIAA Journal, 31, No. 10, p. 1869-1876.
37. ADJERID S., FLAHERTY J.E., (1986), A moving finite element method with error estimation and refinement for one-dimensional time dependent partial differential equations, SIAM Journal of Numerical Analysis, 23, p. 778-796.
38. INCROPERA F.P, WITT D.P.D., (1990), Fundamentals of Heat and Mass Transfer, third Edition, Wiley, 919 pages.

39. PECKNER et BERNSTEIN, (1977), Handbook of stainless steels.

ANNEXE I

1) GRAPHIQUE DE LA CHALEUR SPÉCIFIQUE DE L'ACIER A304 [39]

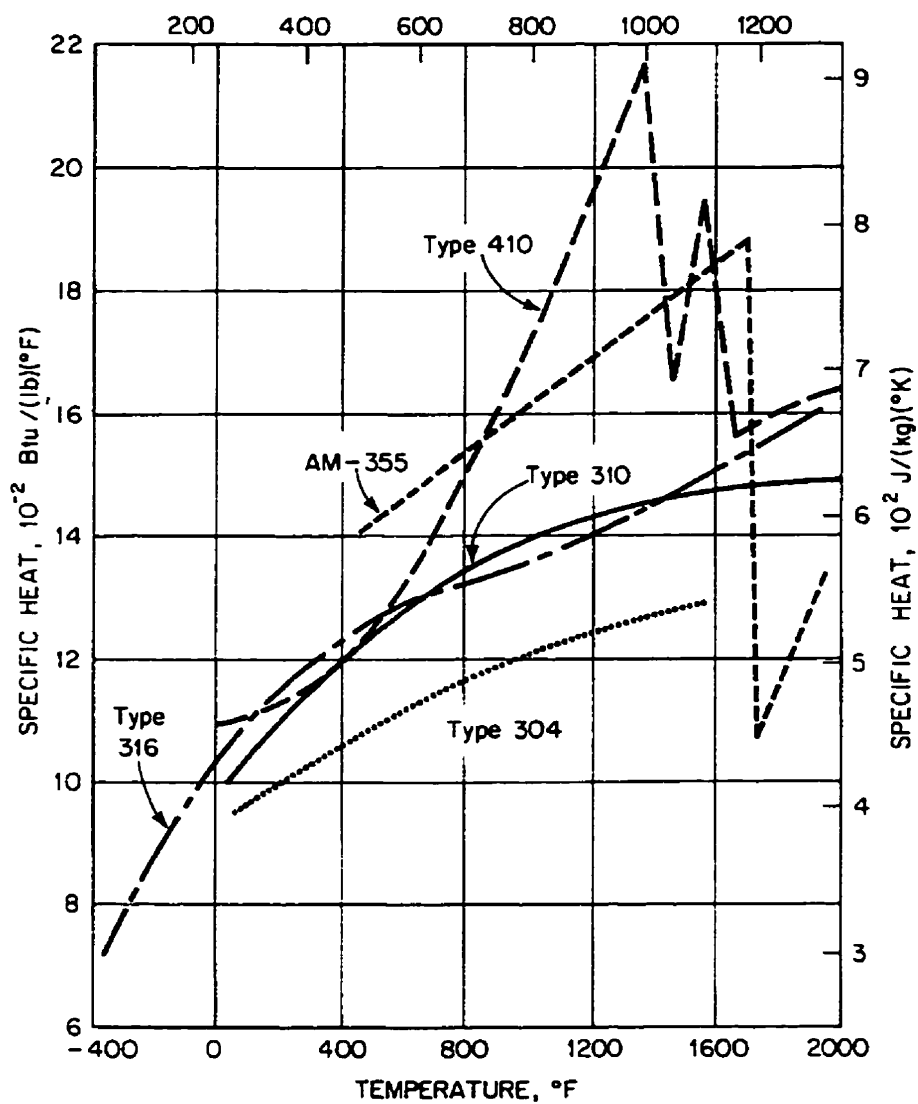


Fig. 23 (Ref. 1, 3, 5, 6, 19, 26, 29, 30, 33.)

2) ABSORBIVITÉ SPECTRALE POUR $\lambda = 10.6\mu\text{m}$ DE L'ACIER A304 [39]

T (°K)	α	T (°K)	α
300	0.089	1100	0.115
400	0.092	1200	0.118
500	0.095	1300	0.122
600	0.099	1400	0.125
700	0.102	1500	0.128
800	0.105	1600	0.131
900	0.108	1700	0.135
1000	0.112	1727	0.136

3) GRAPHIQUE DU COEFF. DE CONDUCTIBILITE DE L'ACIER A304 [39]

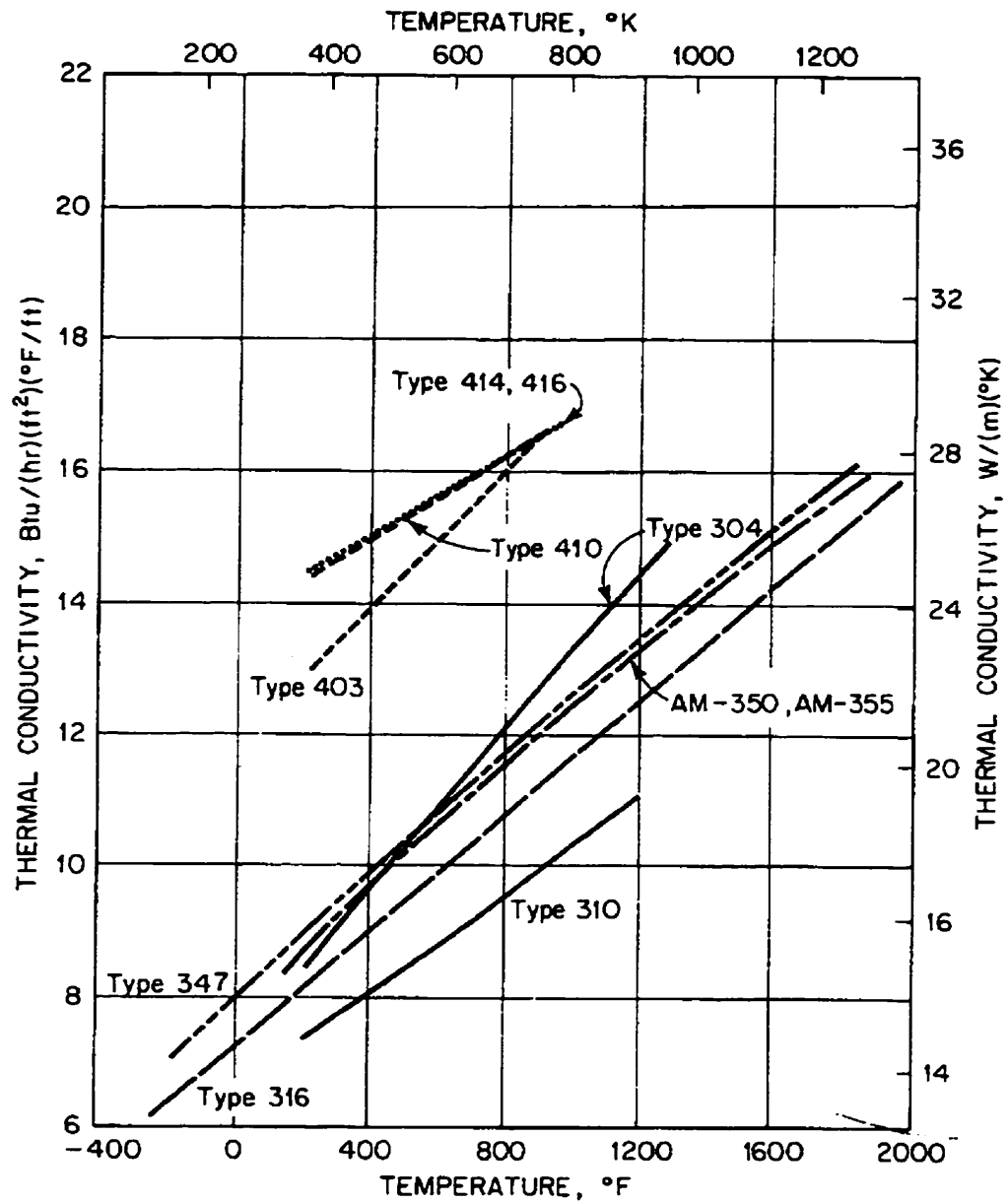
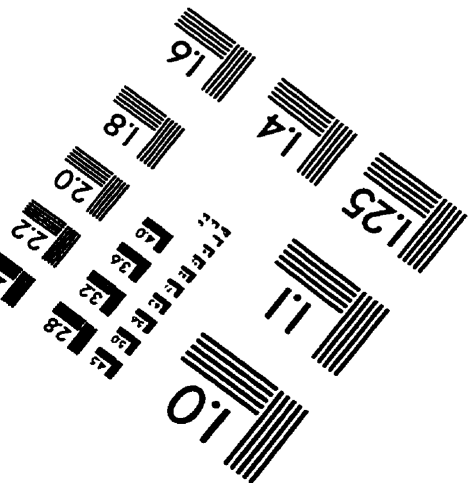
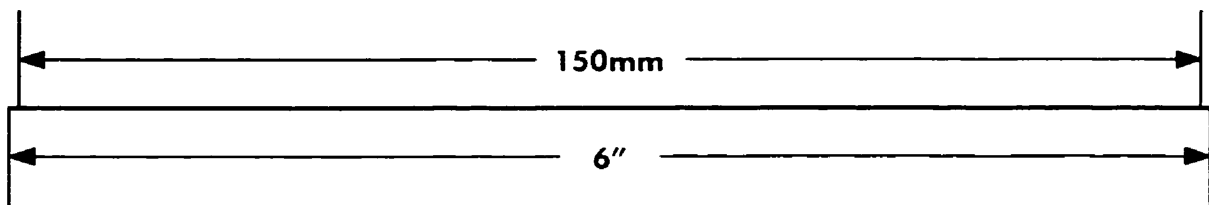
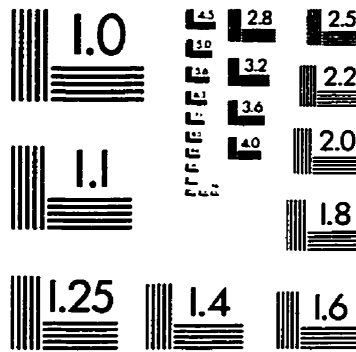
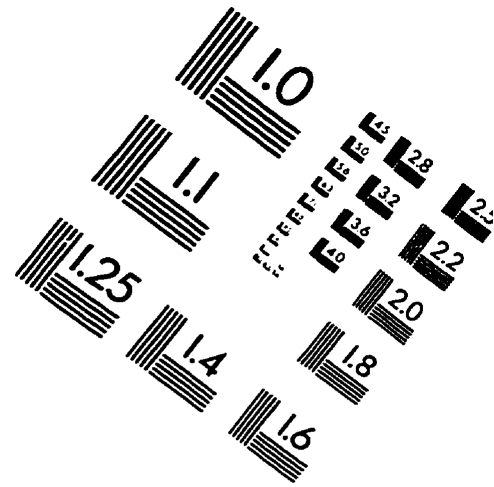
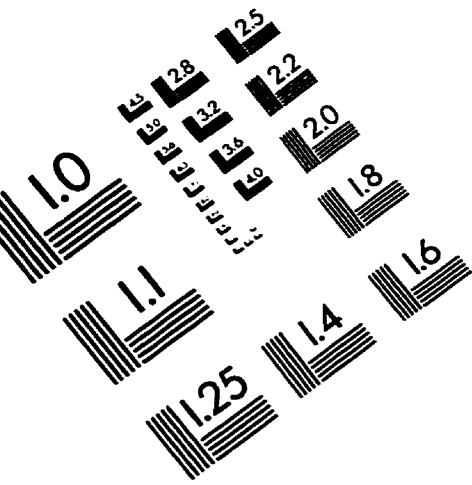


Fig. 15 (Ref. 2, 3, 4, 5, 16, 26, 27, 33.)

IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved

